Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

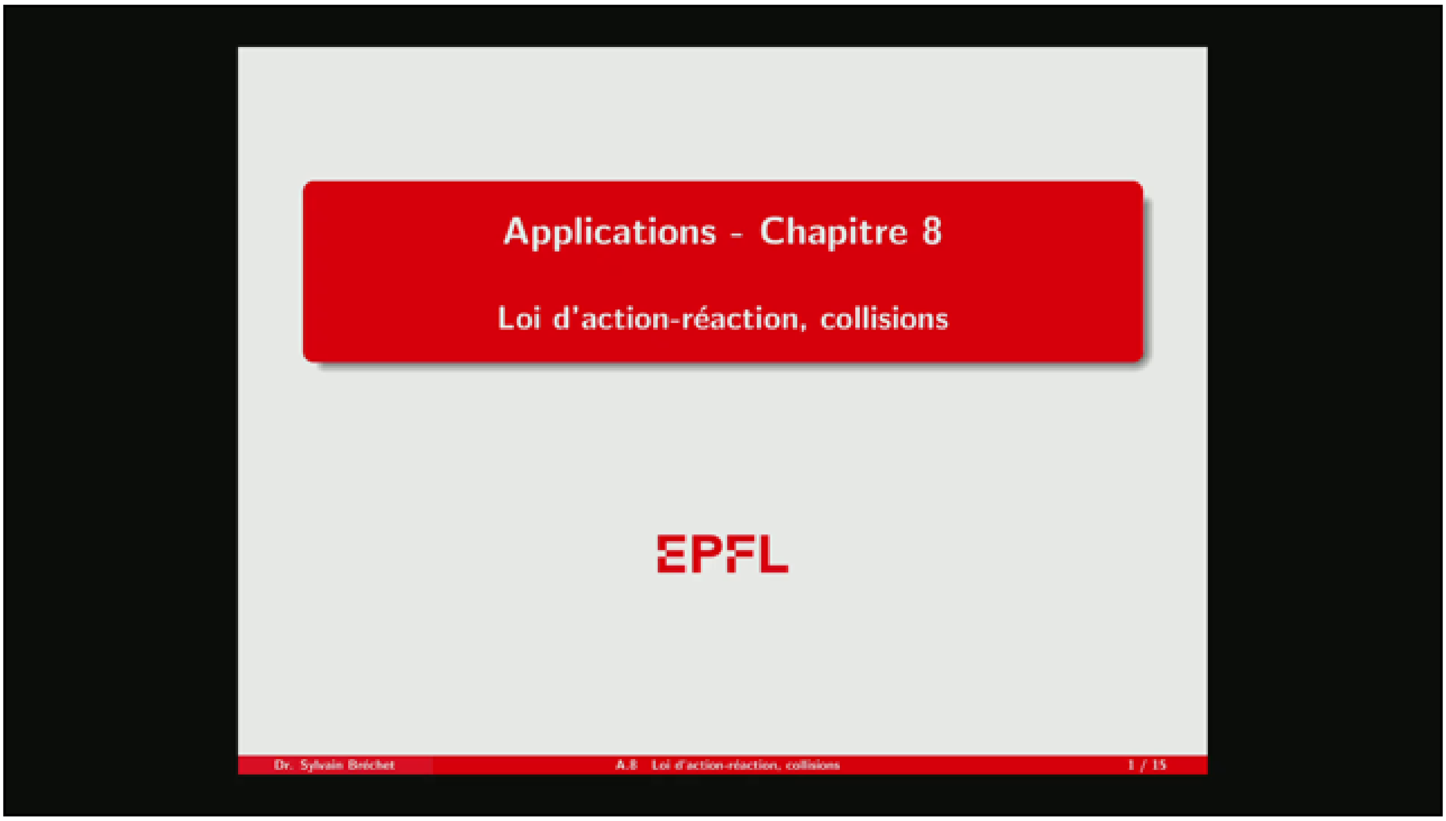
A8 - Loi d'action-réaction, collisions

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Points matériels. Deuxième point matériel. Équation du mouvement. Fil t1. Force élastique. Deuxième loi newton. Heure d'application de cours. Masse de la poulie. Forces extérieures. Coordonnée horizontale relative. Déformation du ressort. Dynamique du contrepoids. Position d'équilibre. Mouvements oscillatoires. Avoir.

vers la recherche de séquences vidéo
(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)

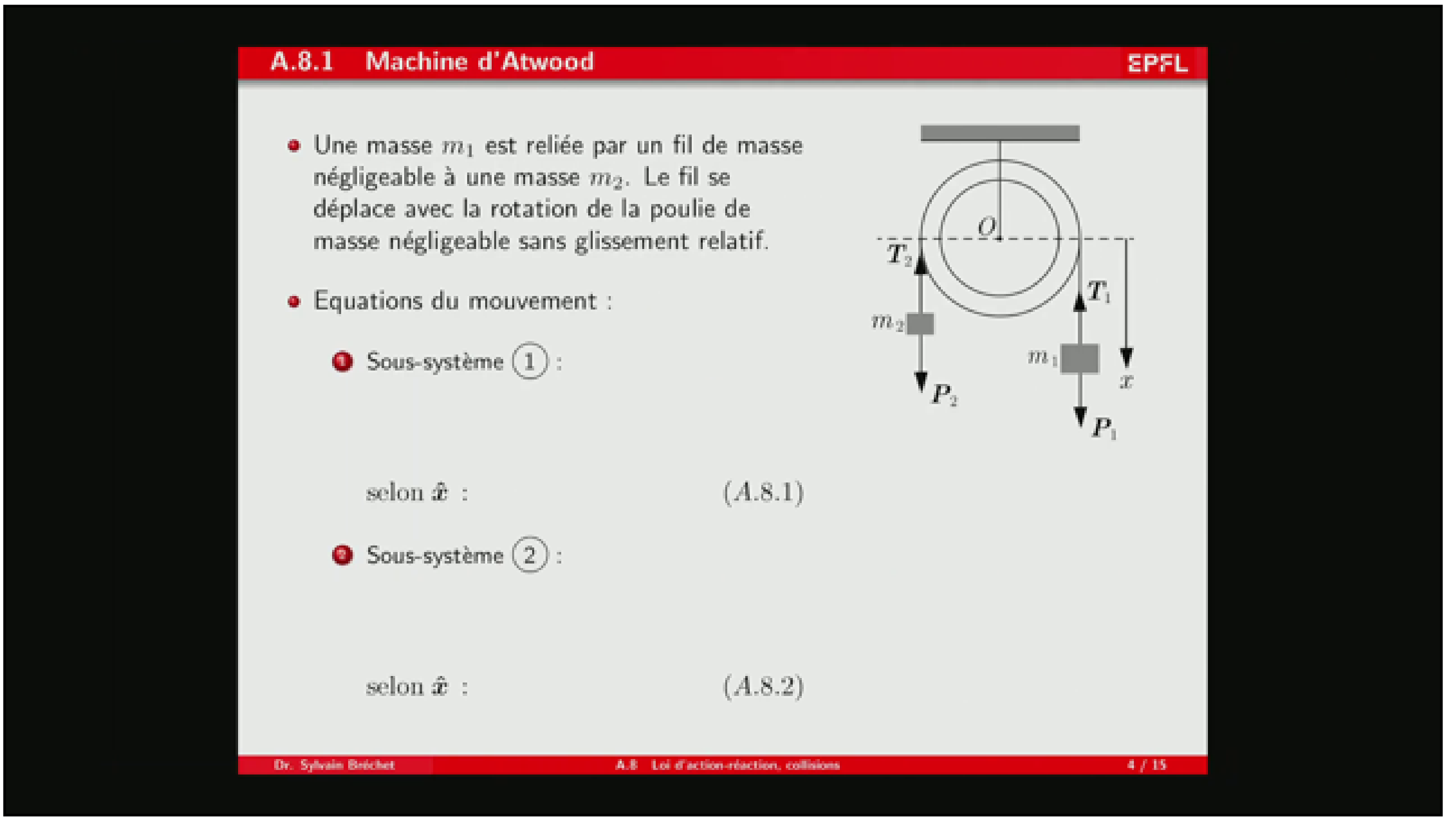
vers la vidéo



...

notes

résumé

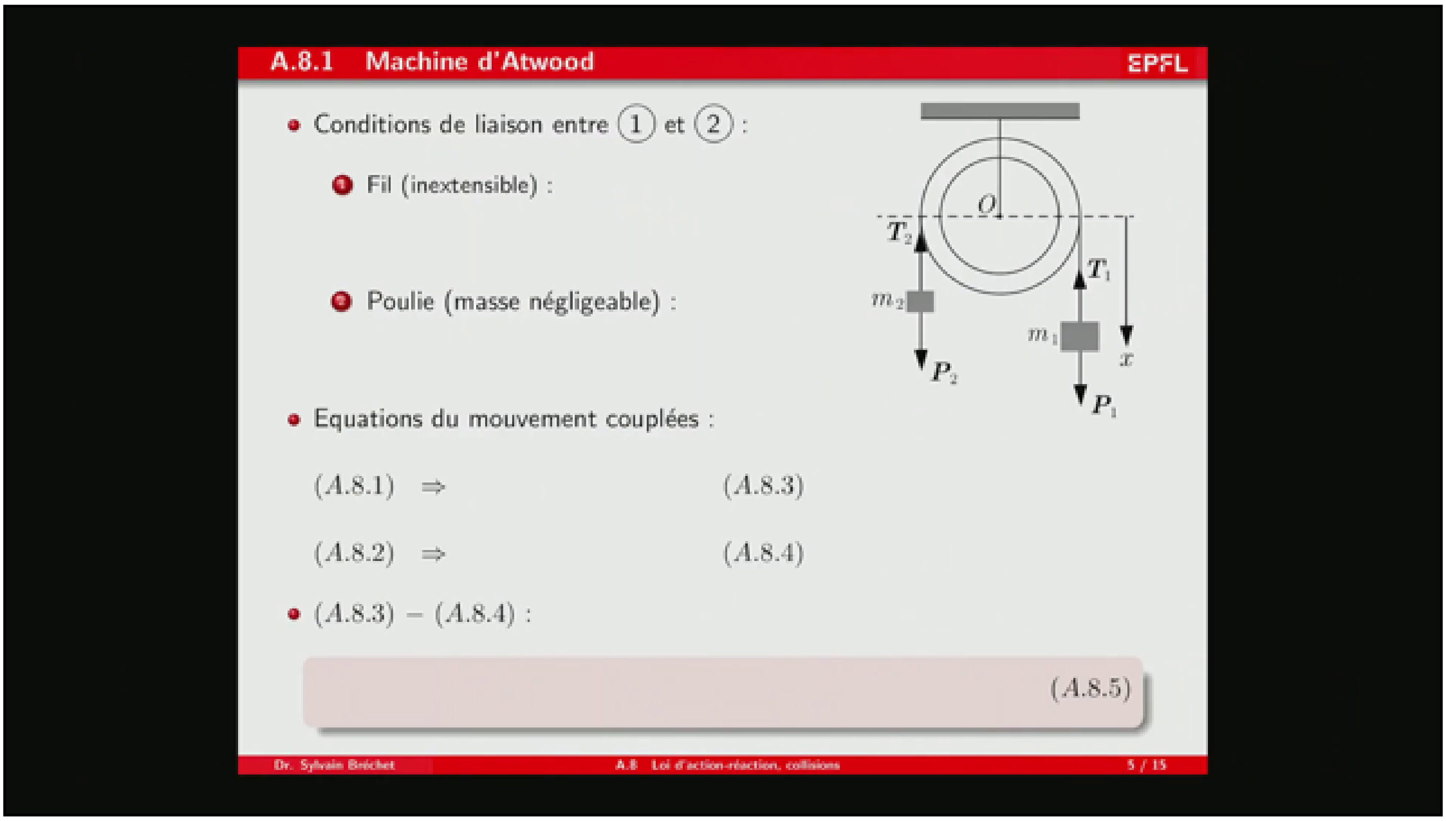


Ces sous-titres ont été générés automatiquement Avant de commencer, cette heure d'application de cours, j'aimerais rebondir sur un commentaire qui avait été fait aux évaluations de cours pour quelqu'un qui disait que les applications de cours sont plus intéressantes même que la théorie, il faudrait passer plusieurs temps dessus. Aujourd'hui, justement, on va avoir une superbe application de cours à tous les niveaux. Elle est tellement belle qu'elle a donné lieu à une app qui a été réalisée sur Unity par Osteen Pill, le même qui a fait l'app que vous avez vu ce matin, qui va nous permettre de comprendre vraiment la physique qui est cachée derrière de manière théorique mais aussi de manière intuitive. Donc, comme application, on va prendre une première application toute simple qui est la machine Datwood et une deuxième plus compliquée qui sont justement les oscillateurs harmoniques On verra que le mouvement de deux points matériels liés par trois sorts peut être très compliqué mais on arrive à dégager des mouvements oscillatoires pour deux grandes heures intéressantes qui vont faire intervenir le problème à deux corps dont on a parlé ce matin.

notes

résumé

0m 1s

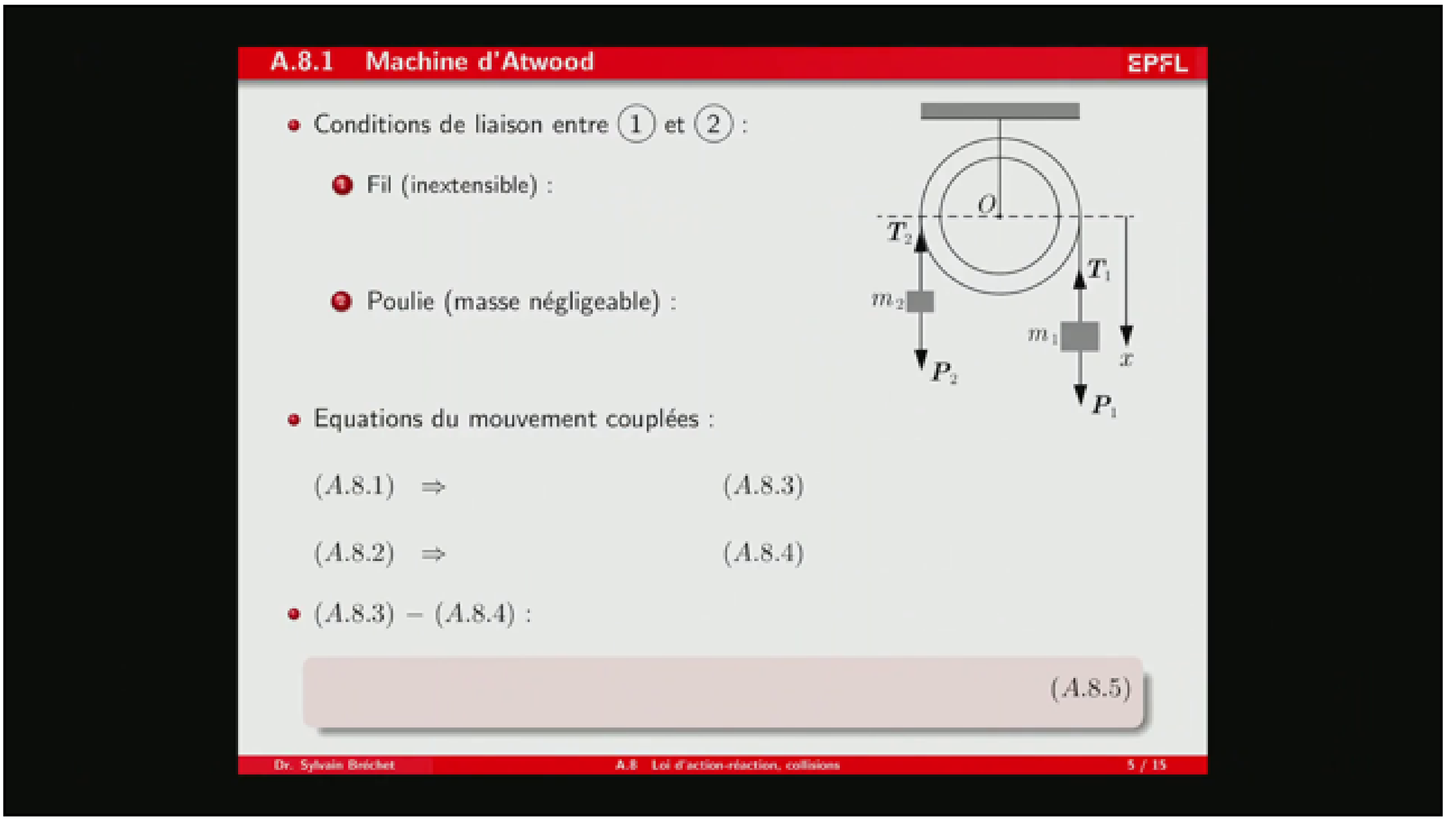


Mais avant de faire ça, j'aimerais rapidement vous parler de la machine Datwood pour comprendre comment gérer un système formé de système pour quelque chose d'assez simple qui sont finalement deux masses reliées à un fil inextensible qui coule ici au-dessus d'une poulie. On va supposer que la masse de la poulie est négligeable et comme ça, il n'y a aucune force à exercer pour entraîner la poulie dans sa rotation, c'est-à-dire que concrètement on peut négliger le moment d'inertie de la poulie, on introduira par la suite des moments d'inertie non-nunes. Mais pour l'instant, on le considère nul. Donc, quand on veut décrire un tel système, on le divise en deux sous-systems. On a la dynamique du contrepoids à droite, la dynamique du contrepoids à gauche. On va prendre par exemple un axe X orienté vers le bas et on va commencer par écrire la deuxième loi Newton pour le premier sous-system. La somme donc des forces extérieures appliquées sur le premier sous-system, sur le contrepoids de la masse M1, c'est son propre poids P1 plus la tension dans le fil T1 qui est égal au produit de la masse du contrepoids M1 fois son vecteur accélération. On projette ceci selon l'axe vertical. Alors, comme l'axe est orienté vers le bas, pour le poids de la masse M1, on aura M1 fois G, la tension est orientée vers le haut, c'est moins T1 et ceci est égal au produit de la masse M1 fois l'accélération qui sera X1.1. Prenons le deuxième sous-system maintenant, qui est le deuxième contrepoids qui se trouve ici à gauche. Alors, c'est un tout point identique, on aura donc comme équation du mouvement que la somme des forces extérieures exercées sur ce deuxième point matériel, c'est la somme de son poids P2 et de sa tension T2 exercées par le fil qui est égal au produit de la masse M2 de l'objet fois son vecteur

notes

résumé

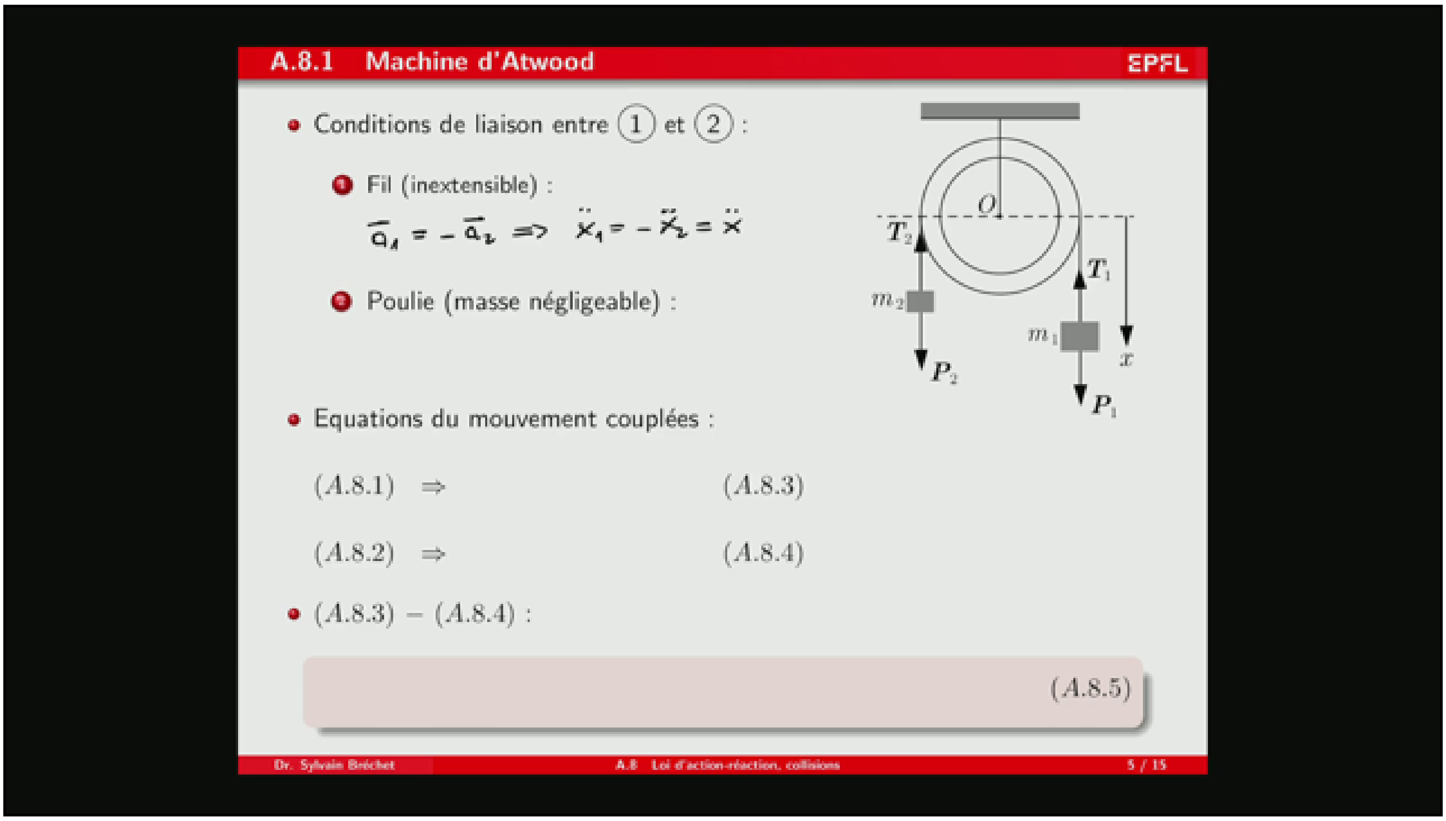
1m 14s



accélération à droite. On projette cette équation selon l'axe vertical. Pour le poids, on a M2G, pour la tension on a moins T2, dans le membre de droite on aura M2 fois X2.1. On a deux équations qui a priori ne sont pas liées, or elles sont clairement liées comment ? À travers le fil, le fil est inextensible. Alors maintenant, on va rajouter la colle dans nos équations. La colle, c'est le lien dynamique qu'on a entre ces deux systèmes. Le fil est inextensible, qu'est-ce que ça veut dire concrètement ? Ça veut dire que si le contrepoids a un déplacement DR vers le bas, un déplacement infitesimal, le contrepoids de masse M1 donc, bien forcément que le contrepoids de masse M2 lui, se déplace vers le haut avec un déplacement infitesimal de signe opposé, c'est un moins DR. D'accord ? Alors maintenant, vous divisez par DT. Ça veut dire que si le contrepoids de droite descend avec une vitesse V1, le contrepoids de gauche remonte avec une vitesse V2 qui est moins V1. Vous redérivez par rapport au temps, vous avez donc l'accélération du contrepoids de droite va être l'opposé de celle du contrepoids de gauche et donc, la mission

notes

résumé

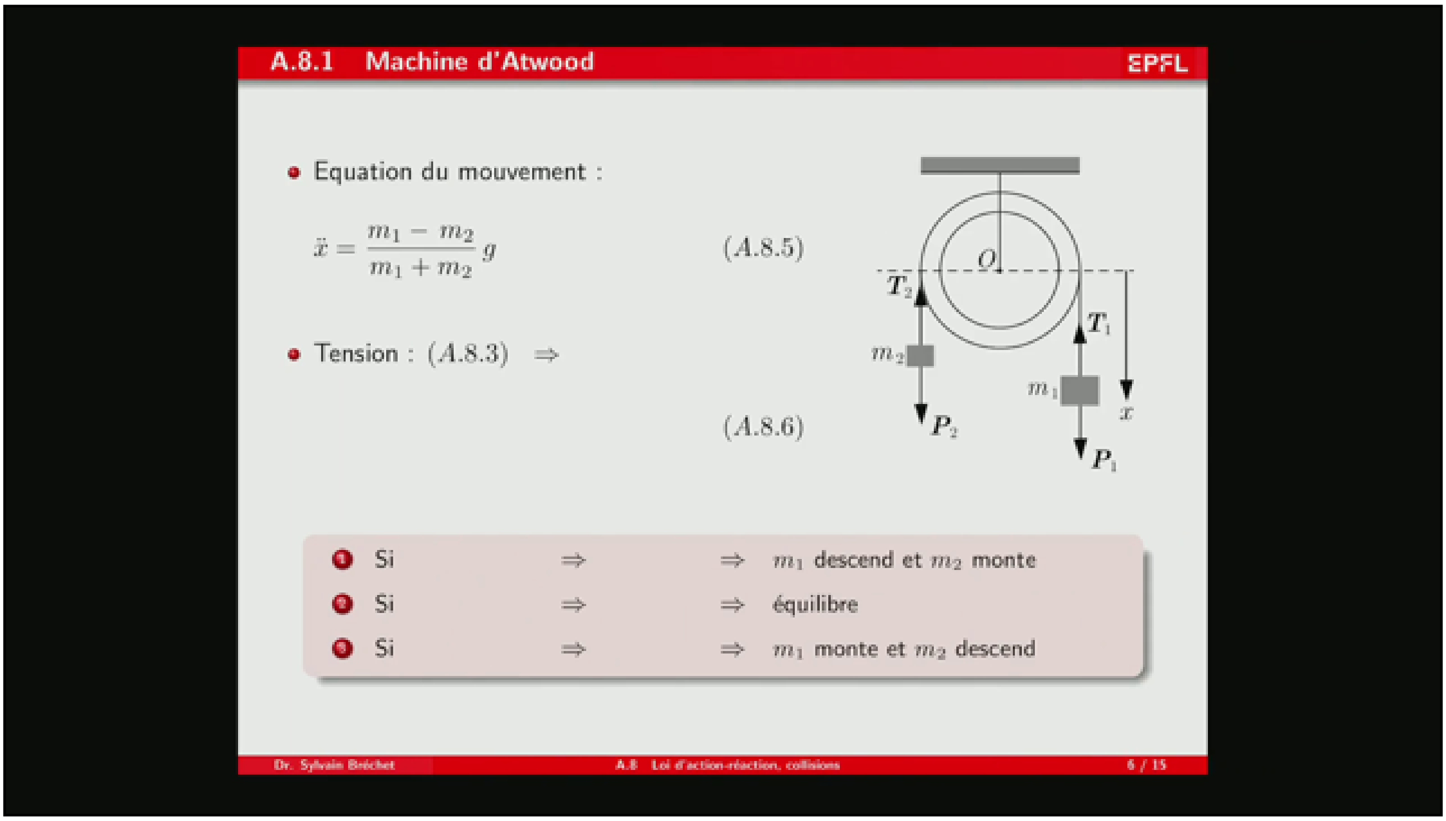


physique pour que ça soit vrai, c'est que le fil soit inextensible. Sinon, eh bien on pourrait rallonger le fil, ça serait plus compliqué, il faudrait tenir la force élastique qui décrit l'allongement du fil. Donc, l'accélération A1 du contrepoids de droite, c'est l'opposé d'accélération A2 du contrepoids à gauche. Et donc, X1.1 est égal à moins X2.1 et on va appeler X1.1, X.1.1. D'accord ? D'autre part, la masse de la poulie est négligeable. Supposé que vous avez des contrepoids en plomb et puis que vous avez une petite poulie en nylon. D'accord ? Non, comme la poulie est de masse négligeable, sans moment d'inertie, est négligeable et donc, il n'y a pas besoin d'exercer de force sur la poulie pour la faire tourner.

notes

résumé

4m 24s

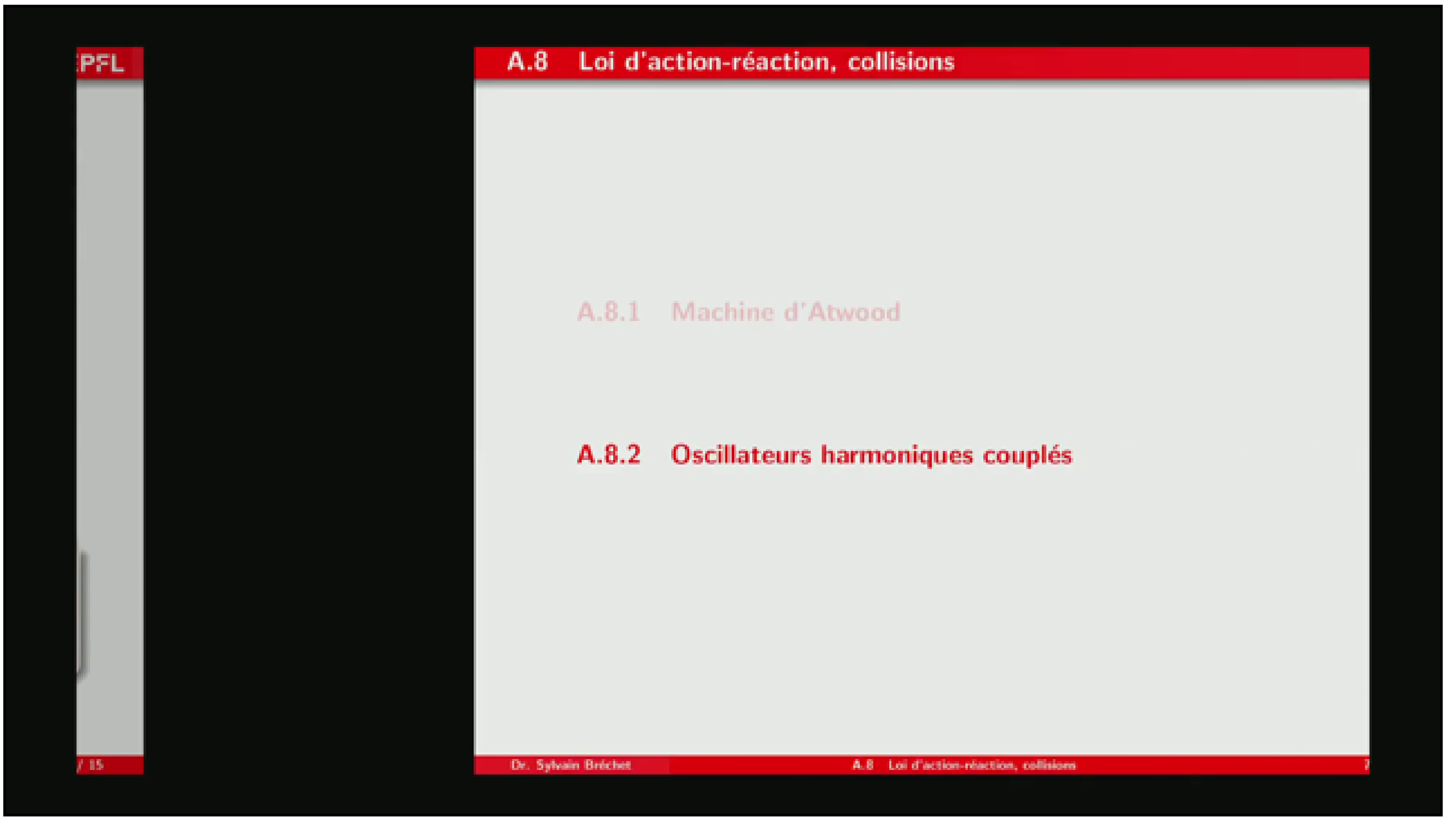


Ce qui veut dire que la force en ormin, exercée par la tension dans le fil à droite, doit être la même qu'à gauche. Et donc, la tension T1 est égal à la tension T2 qu'on va appeler la tension T. Ceci est vrai uniquement si la masse est négligeable, sinon c'est plus compliqué. On verra le cas plus compliqué lorsqu'on abordera la dynamique du solide dans des formats plus tard. Donc maintenant, on va utiliser notre col pour écrire nos équations du mouvement. On aura donc M1G, moins T1, c'est-à-dire moins T, qui est égal à M1X1.1, c'est-à-dire M1X.1. D'autre part, on a M2G, moins T2, c'est-à-dire moins T, qui est égal à M2X2.1, qui va donc être égal à moins M2X.1. Très bien. Nous, ce qu'on veut, c'est l'accélération du système, dans un premier temps. Donc il faut faire disparaître la tension, la solution est tout trouvé, on prend la différence entre nos équations. On aura donc M1 moins M2, qui multiplie. On a donc M1G, qui est égal à M1 plus M2, qui multiplie. X.1. D'où on tire que l'accélération X.1. c'est M1 moins M2 sur M1 plus M2 fois G.

notes

résumé

5m 13s

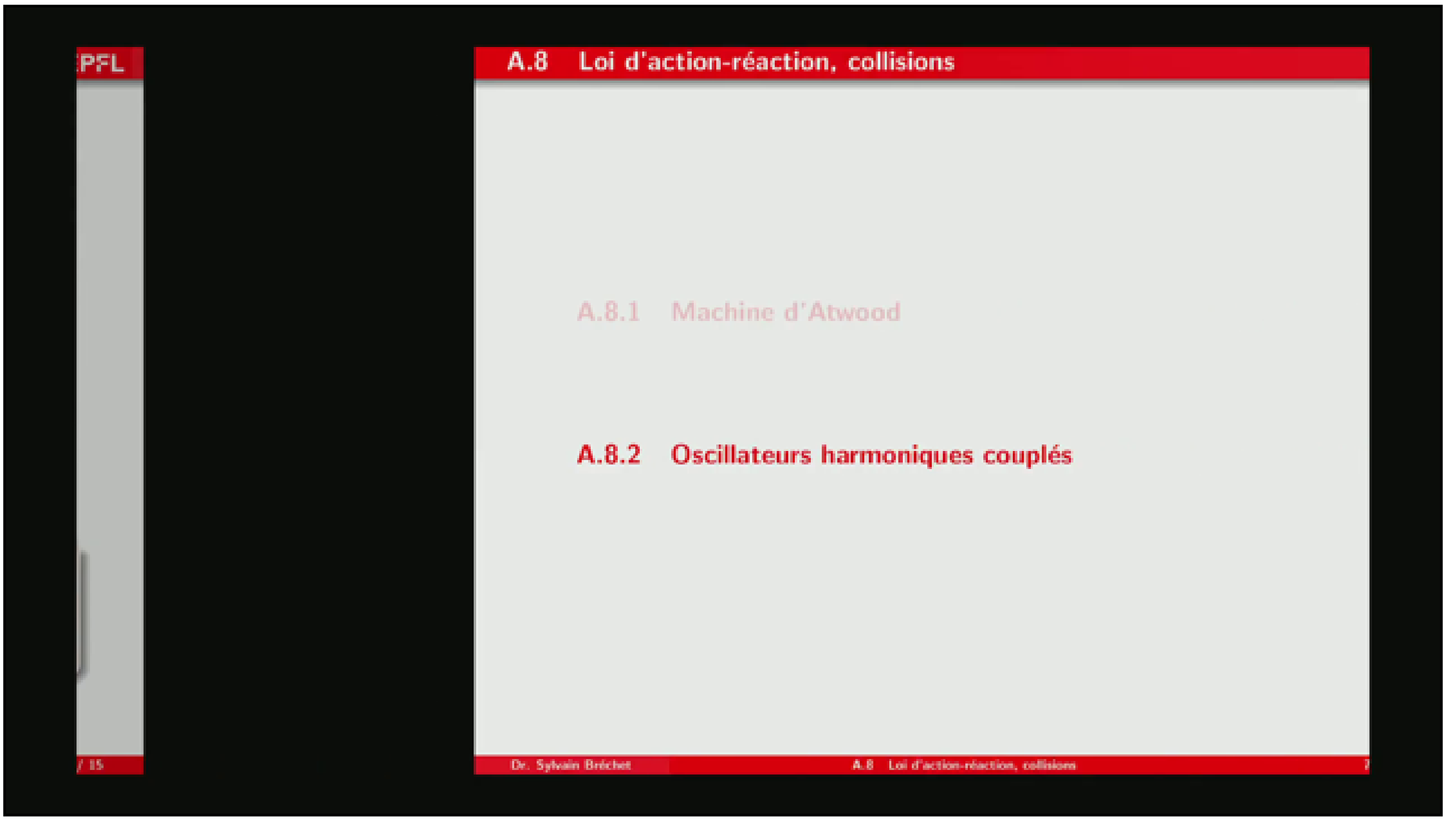


Donc on a trouvé l'accélération de notre système. Alors, que va-t-il se passer concrètement ? Tout va se jouer sur le numérateur qui est ici, comme pour les vitesses lors de la collision ce matin, c'est la méminine. On comprend tous intuitivement que si la masse du contrepoids de droite est supérieure à la masse du contrepoids de gauche, eh bien le système va basculer vers la droite, c'est le contrepoids de masse M1 qui descend et le contrepoids de masse M2 qui monte. Donc ça, c'est le cas. Si M1 est supérieur à M2, dans ce cas-là, l'accélération, telle qu'elle a été définie, positive pour le poids 1 lorsqu'il descend, d'accord ? X.1. est positif, oui. On se retrouve donc dans la situation où le système bascule avec un mouvement de rotation d'apulie qui se fait dans le sens des aiguilles d'une montre. Si M1 est gale M2, on est à l'équilibre, X.1. est nul, rien ne bouge, c'est un équilibre instable. C'est difficile d'être exactement à l'équilibre, à moins que les frottements nous y aident. Et dans le cas opposé, où M1 est inférieur à M2, là c'est le deuxième contrepoids qui l'emporte et donc il y a un déplacement du système avec une rotation de l'apulie, dans le sens trigonométrique, la masse M2 descend, la masse M1 remonte, l'accélération est donc négative. Allons encore un tout petit peu plus loin. La tension T, on peut l'obtenir grâce à la première équation. La tension C M1 qui multiplie g moins X.1. Bon, alors on substitue X.1. dans cette équation. Oui, Martin ? Alors, ce qui va se passer, c'est que si la masse du contrepoids de gauche est légèrement supérieure dans la situation de l'équilibre, ça descend d'un côté. Si c'est le contraire, à droite, c'est pareil, d'accord ? C'est dans ce sens-là que c'est instable. Alors, le cas de l'équilibre, c'est justement celui qu'on va revoir maintenant

notes

résumé

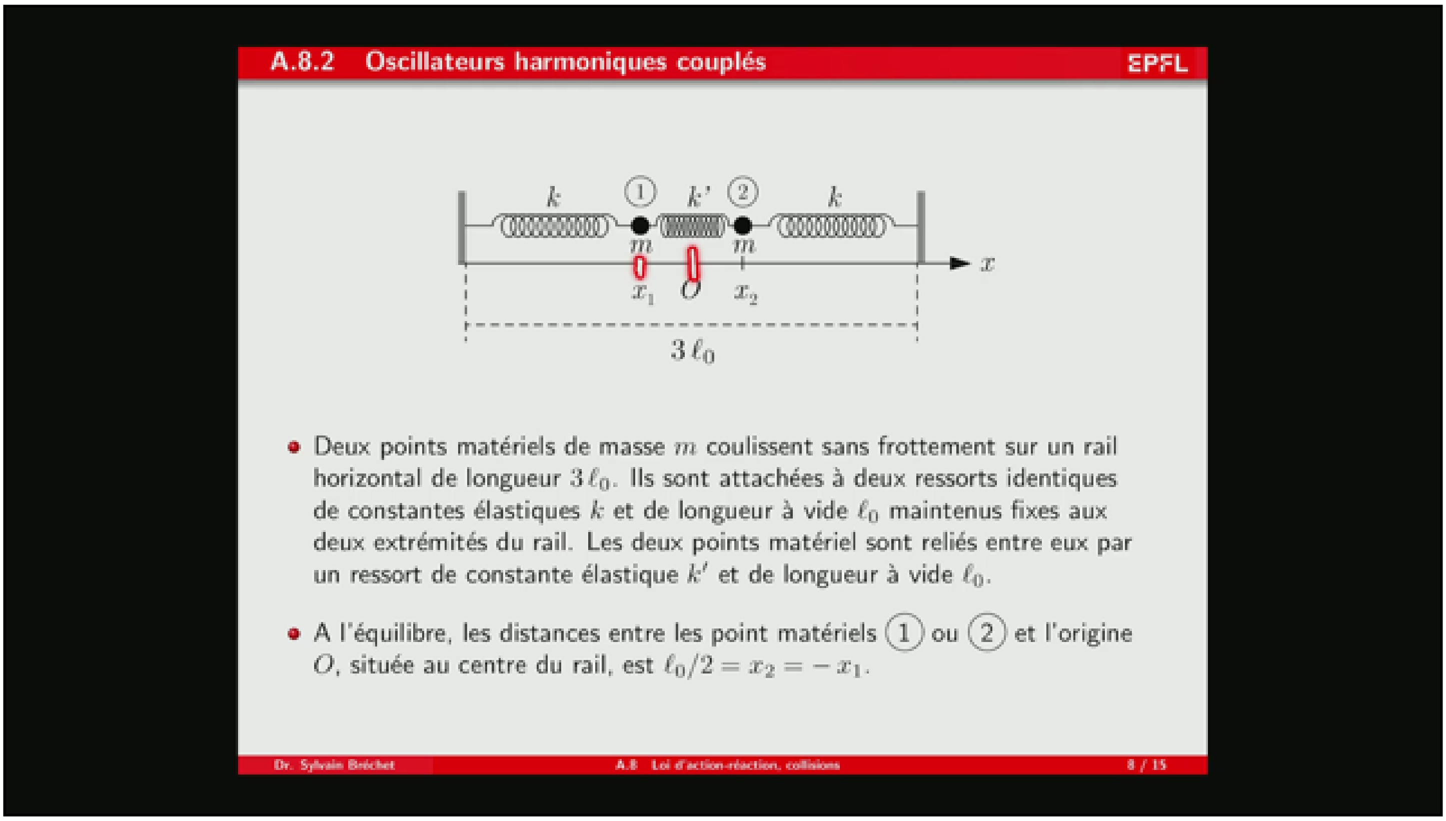
6m 36s



avec la tension puisque si on prend l'équation du mouvement du premier contrepoids, on peut en tirer la tension, on remplace l'accélération par sa valeur et ce qu'on trouve, c'est 2M1 x M2 divisé par M1 plus M2, xg. Pourquoi c'est intéressant ? M1 x M2 sur M1 plus M2, c'est la masse réduite du système formé des deux masses. D'accord ? Si les masses sont égales, la masse réduite, c'est la moitié de la masse. D'accord ? Donc, si M1 égale M2 égale M, ceci, la fraction, d'accord, va correspondre à M sur 2. Donc, les facteurs de ce simplifié irrestmg à l'équilibre, les tensions sont égales et opposés au poids cqfd. D'accord ? Voilà, ça, c'était le premier problème.

notes

résumé

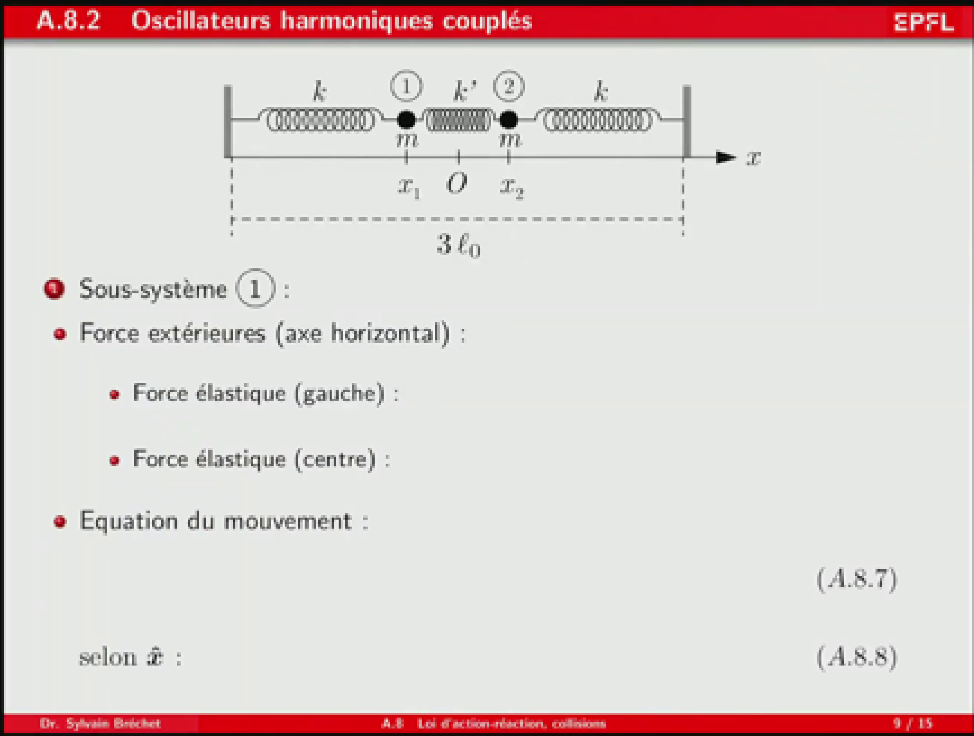


Le problème de loin, le plus intéressant, c'est le deuxième. Et maintenant, on va passer tout notre temps sur le deuxième problème. On y va gentiment. On a deux points matériels avec une masse égale. Un premier point matériel à gauche, un deuxième à droite, ils sont liés par un ressort dont la constante élastique est k'. Chaque point matériel est attaché à un autre ressort dont la constante élastique est k'. Ces ressorts latéraux sont fixés en butée du rail sur lequel se déplacent les points matériels, ici et là. Ce rail, ou la distance qui sépare les points d'attache des ressorts, c'est 3 x L0, qui est 3 fois la longueur avide d'un ressort et chaque ressort à la même longueur avide L0. Les points matériels se déplacent sans frottement sur le rail. D'accord ? En position d'équilibre par rapport à une origine prise au centre,

notes

résumé

9m 34s

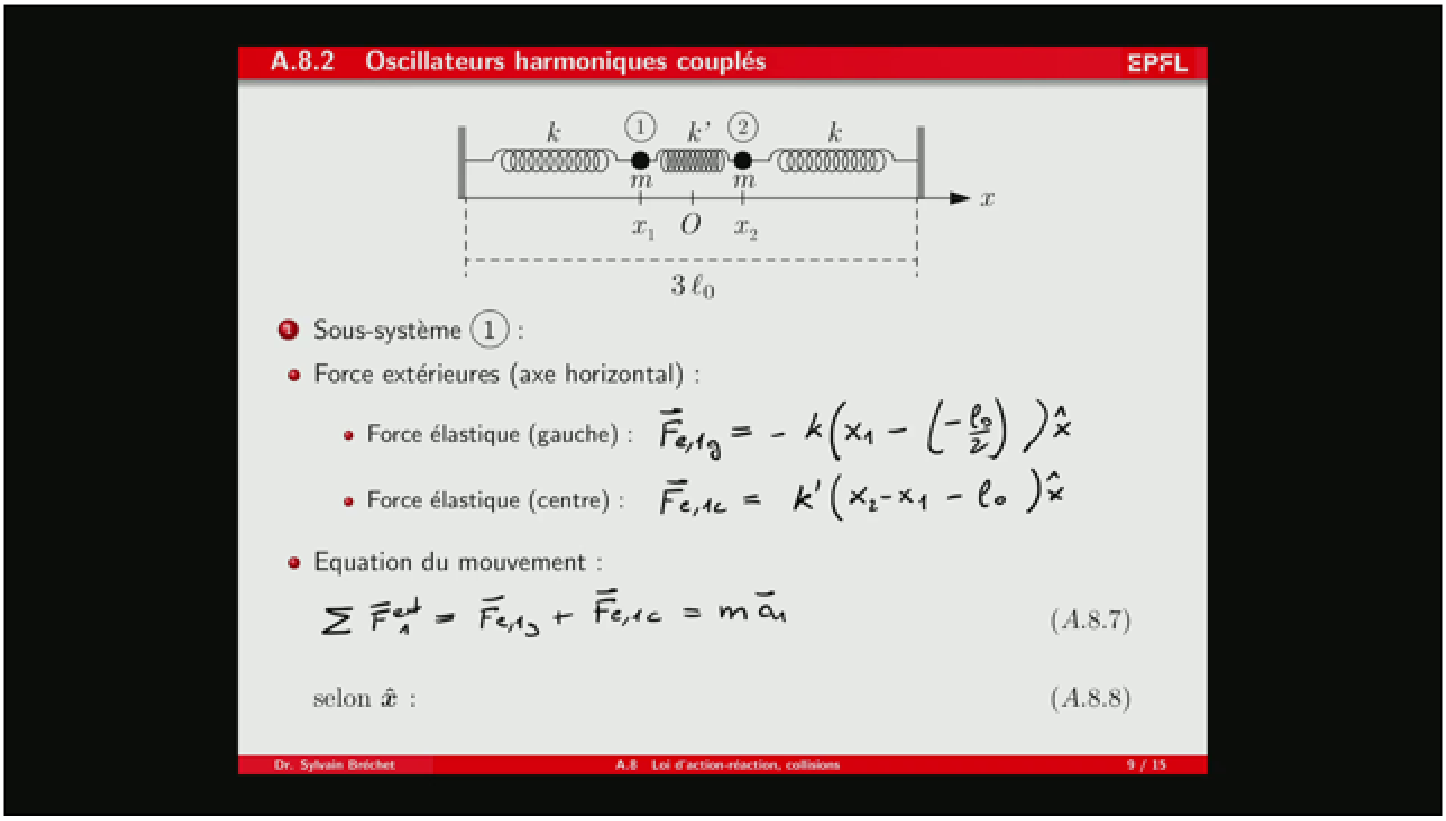


le point matériel 1 se trouve en position moins L0 sur 2, la moitié de la longueur avide du ressort central. D'accord ? Le point 2 se trouve en position d'équilibre, en coordinate d'équilibre, L0 sur 2. Ok ? En ce qui concerne la physique maintenant, les forces qui sont exercées verticalement sur ces points matériels sont les poids, les forces de réaction normales du rail. Le rail est horizontal, ces forces compensent, il n'y a rien d'intéressant pour les forces verticales. Tout va se jouer dans ce problème au niveau des forces élastiques exercées par chacun des ressorts sur les deux points matériels. Et c'est ça qu'on veut maintenant modéliser ensemble, et c'est ça qui est difficile à faire dans la pratique. Une fois que la physique a été faite, le reste c'est des maths, elles ne sont pas simples, mais on va s'en sortir. D'accord ? Donc commençons par la modélisation purement physique.

notes

résumé

10m 37s

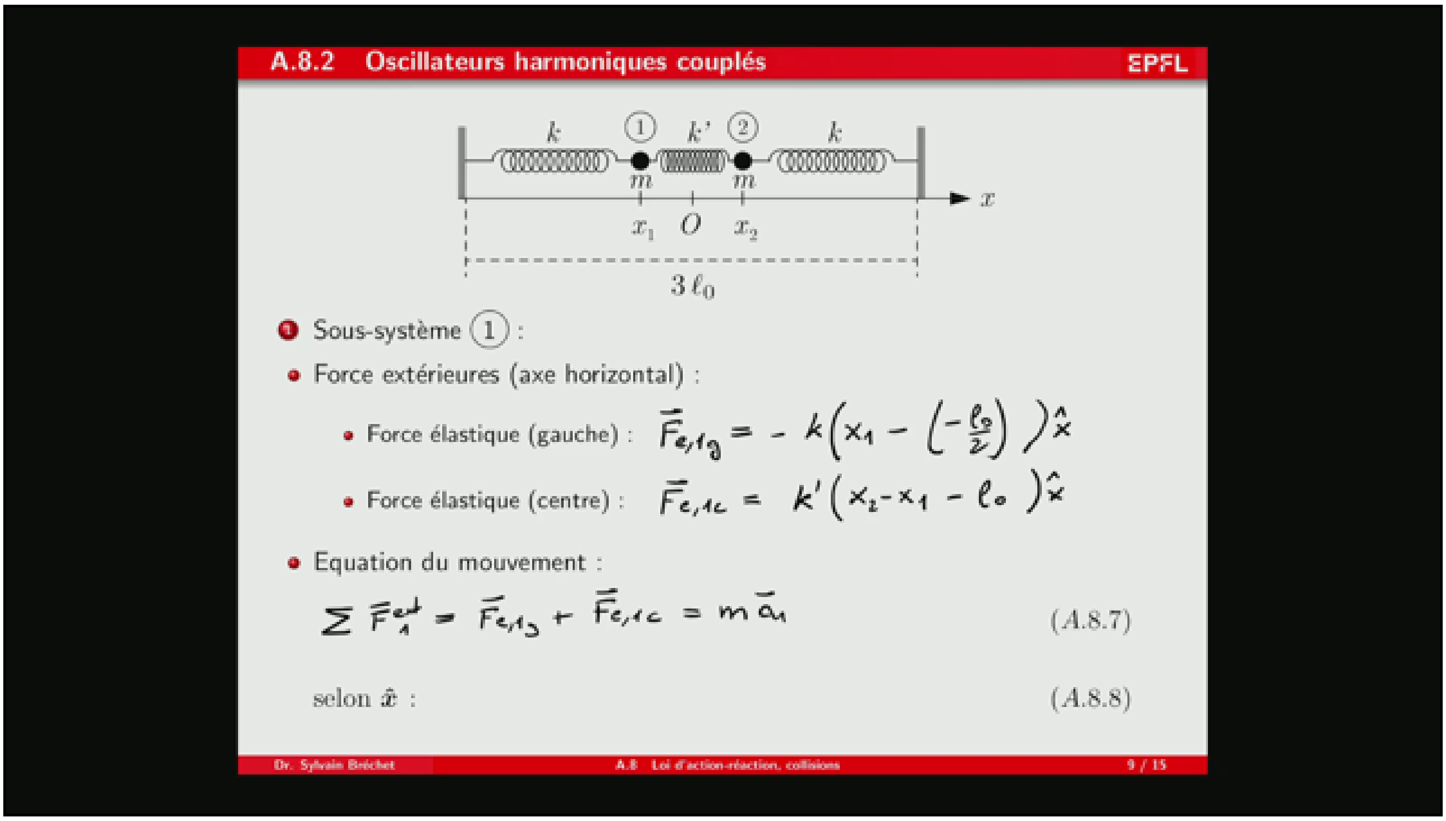


Prenons le premier sous-système formé du premier point matériel qui se trouve ici. On doit identifier la forme des forces élastiques exercées par le ressort de gauche et par celui du centre. D'accord ? Lorsqu'on veut trouver ces forces élastiques, on déplace le point matériel sur lequel ces forces sont exercées et pas l'autre. On maintient l'autre constant. Donc ici, le point 2, on ne bouge pas. On bouge le premier point. D'accord ? Ça c'est important. On va d'abord identifier la force élastique qui est exercée par le ressort de gauche sur le premier point matériel F1G. Première chose à noter, c'est que cette force élastique, elle est proportionnelle à la constante élastique du ressort de gauche. Maintenant, il faut multiplier, volontairement, je laisse un peu de place. Il faut multiplier ceci par la déformation du ressort. Alors le plus simple ici, c'est de considérer une elongation du ressort de gauche. C'est-à-dire que au lieu que le ressort soit à l'équilibre en coordonnée moins L0 sur 2, il va se trouver légèrement à droite. D'accord ? Donc la coordonnée est négative. Moins L0 sur 2 aussi. Comme X1 est à droite de l'équilibre, si on écrit X1 qui est négatif mais moins négatif que Moins L0 sur 2, et qu'on retrange moins L0 sur 2, on retrange la longueur à l'équilibre, on se retrouve avec l'élongation et un signe positif. D'accord ? Donc ceci, un signe positif pour une elongation. Je vais l'enlever, en fait. On aurait pu le faire aussi avec une compression. D'accord ? Mais dans le cas d'une elongation, ceci est positif. Donc maintenant, si on a une elongation, c'est-à-dire que ce point matériel est à droite, la force élastique veut le ramener vers l'équilibre, c'est-à-dire vers la gauche. Donc il faut multiplier ceci par le vecteur unitaire X chapeau qui est orienté vers la droite ainsi que par un signe noir. D'accord ? Voilà pour

notes

résumé

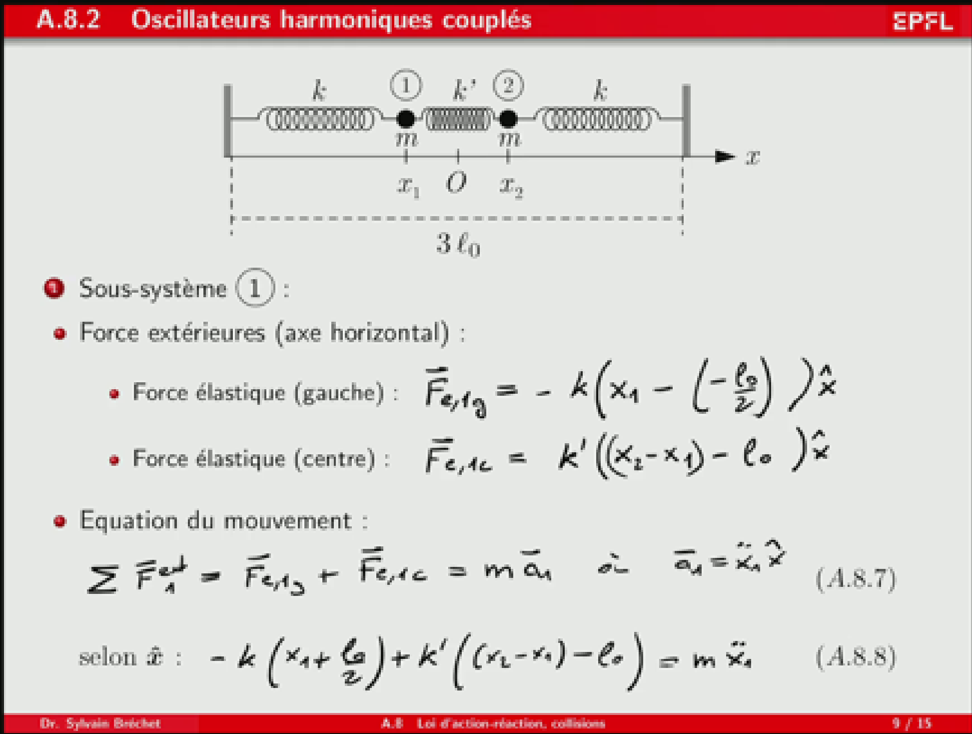
11m 28s



la force élastique exercée par le ressort de gauche. Qu'en est-il maintenant de la force élastique exercée par le ressort du centre ? Alors elle va être proportionnelle à sa constante élastique qui est caprime. Ensuite, on va là aussi considérer une elongation de ce ressort. C'est-à-dire que le deuxième premier matériel ne bouge pas, le premier, on déplace vers la gauche. OK ? Par rapport à la position d'équilibre. La déformation, c'est quoi ? C'est la longueur du ressort qui est la différence entre les coordonnées X2 et X1. Et comme ce n'est pas la longueur qu'on veut mais la déformation, il faut enlever à la longueur, retrancher donc, la longueur avide qui est-elle zéro. Ça, c'est la déformation. Donc si maintenant le premier matériel 1 est à gauche de la position d'équilibre, la force élastique veut le ramener vers la position d'équilibre, donc il faut multiplier par X chapeau. OK ? Alors maintenant on peut écrire l'équation du mouvement. On se place au niveau du point matériel 1 uniquement, la somme des forces extérieures exercées sur ce premier matériel. Le poids et la force de réaction normale se compensent. Ça va être la force élastique exercée par le ressort de gauche, plus la force élastique exercée par le ressort du centre, dont la somme vectorielle, elle produit de la masse m du point matériel soit 100 vecteurs accélérations A1

notes

résumé

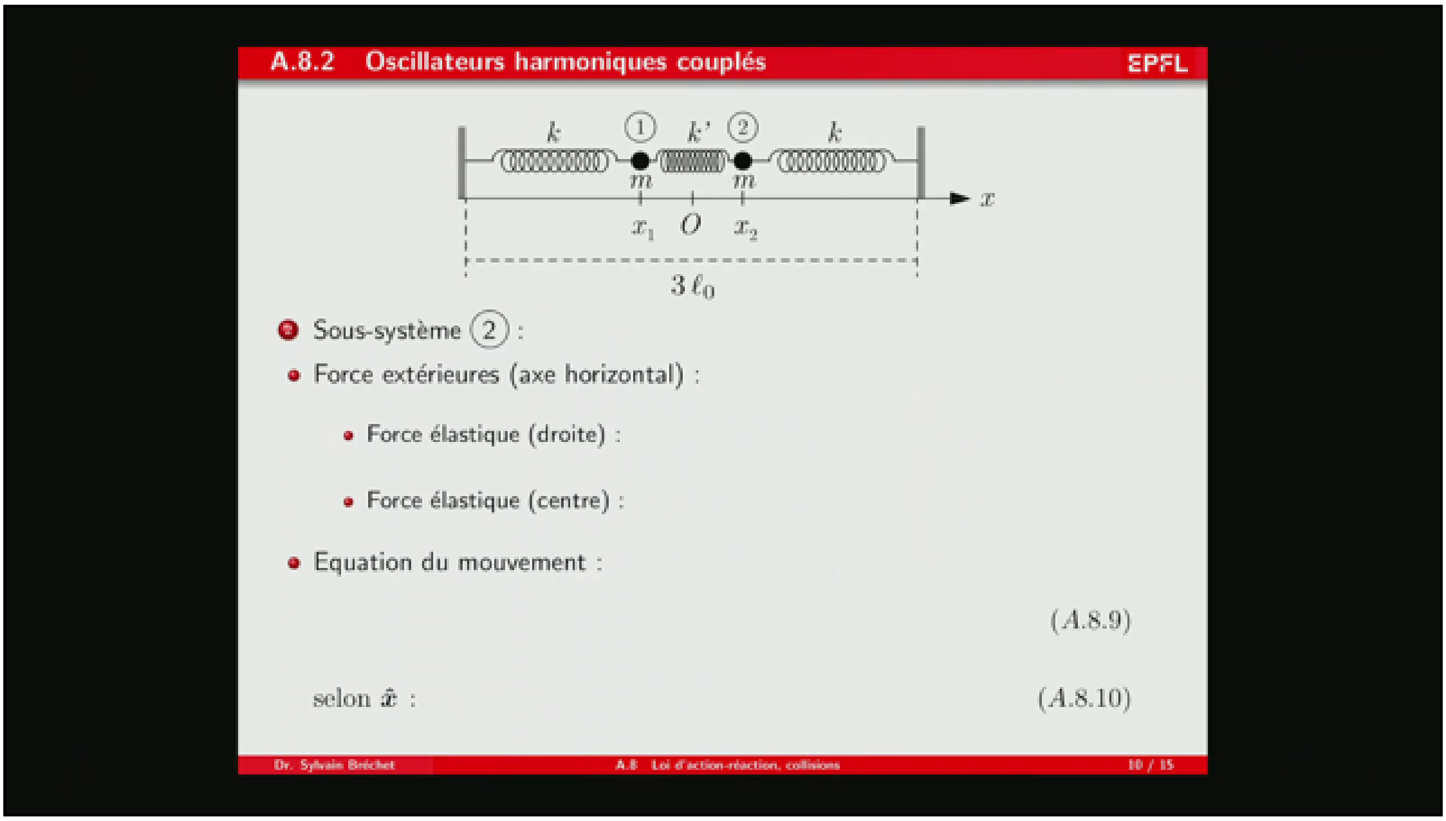


ou le vecteur accélération A1 cx1.1 xx chapeau. D'accord ? Et maintenant on substitue, on substitue l'accélération, les forces dans l'équation du mouvement et on projette selon l'axe horizontal. On aura donc pour la force de gauche, moins qu'à, qui multiplie x1 plus L0 sur et pour le ressort du centre, on a plus qu'à prime, qui multiplie x2 moins x1 moins L0. D'accord ? Et dans le membre de droite, on a m xx1.1.1. Alors première surprise, qui va être un souci, mais pas un souci insurmontable d'ailleurs, c'est le fait que cette équation différenciée, elle est couplée. Donc on a l'évolution de x1 qui passe par x1 et x1.1. Mais attention, ça dépend aussi de x2. Alors on va faire pareil maintenant

notes

résumé

14m 59s

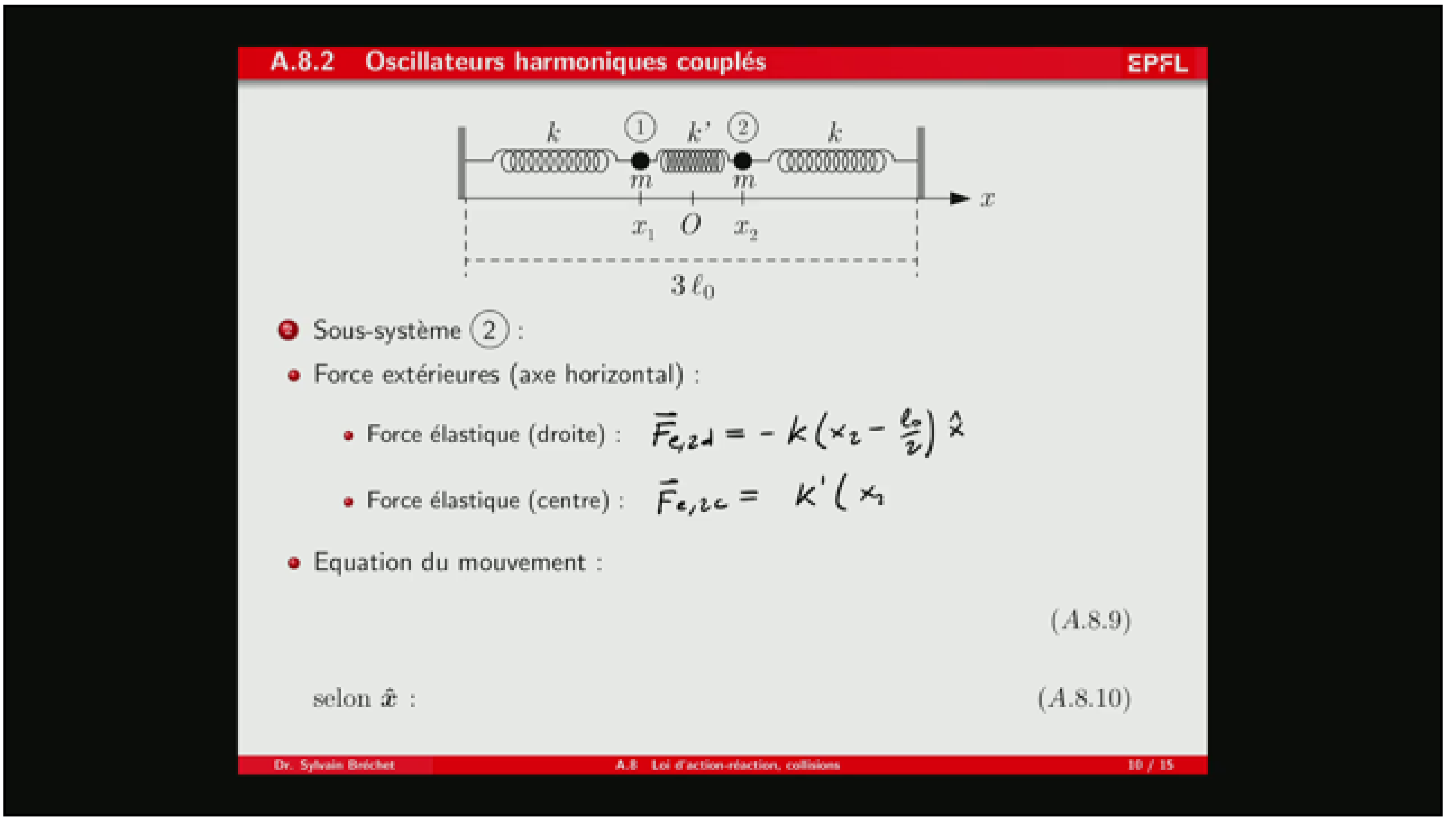


pour le deuxième ressort, pour le deuxième point matériel. D'accord ?

notes

résumé

16m 1s

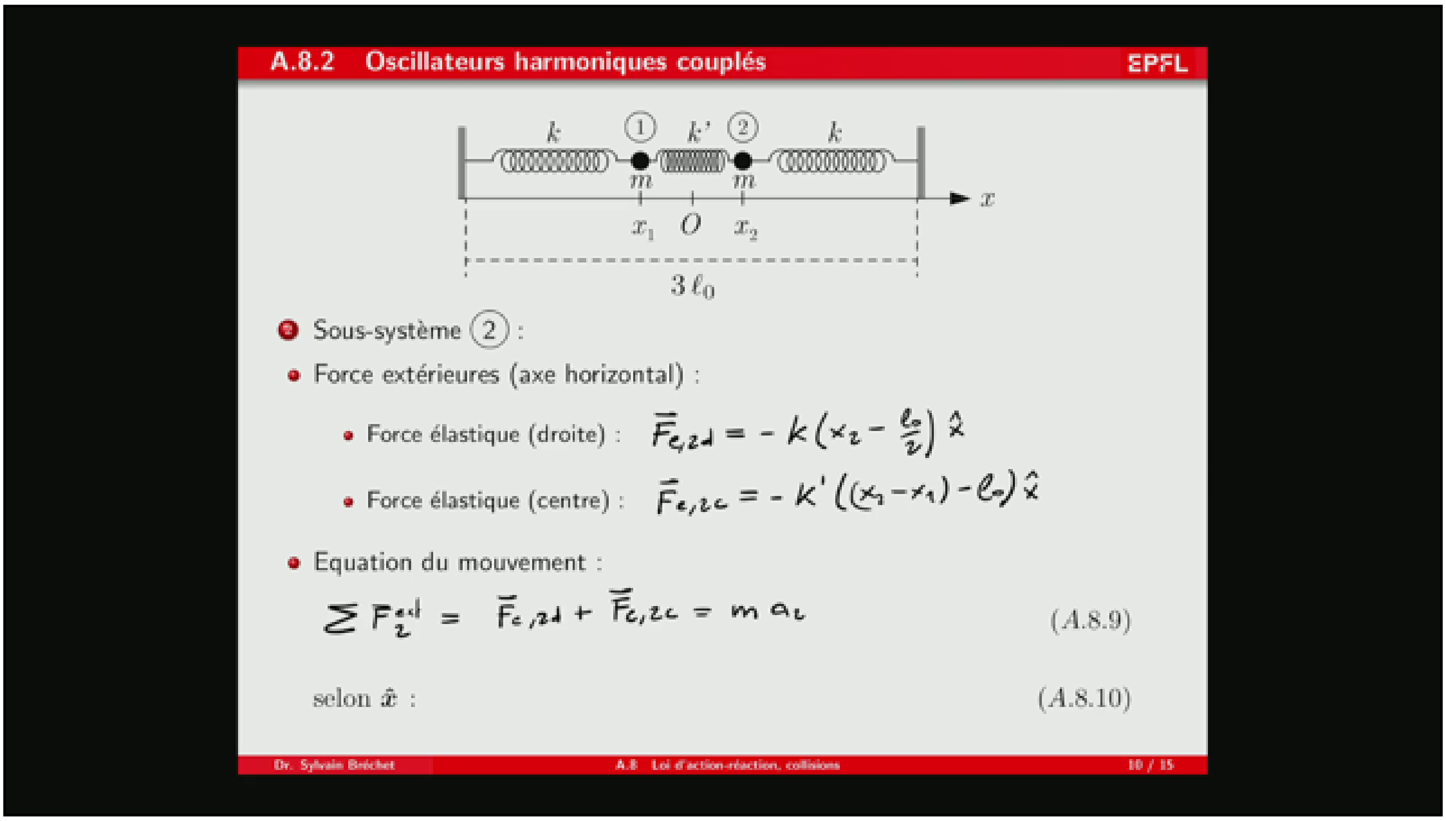


Donc, faisons le même exercice maintenant pour le deuxième sous-système. On va donc considérer les forces élastiques exercées par le ressort de droite et par le ressort du centre sur le deuxième point matériel. Prenons la force élastique exercée par le ressort de droite. D'accord ? Alors là, pour une fois, on va prendre une contraction, ça va être plus simple. Donc on va supposer que le point matériel ici, 2, est dévié par rapport à sa position d'équilibre, il est à droite de sa position d'équilibre. Ce qui veut dire qu'il y a une contraction de ce ressort. Bon. Alors cette contraction, ça va être quoi ? Eh bien, ça va être la... La coordonnée... Attendez, alors déjà c'est proportionné la K. Ça va être la coordonnée x2. Moins donc, x2 va être décalé par rapport à sa position d'équilibre. D'accord ? Moins la coordonnée d'équilibre, qui était L0 sur 2. Il faut multiplier par x chapeau. Et si on a une contraction du ressort de droite, le point matériel se trouve à droite de sa position d'équilibre, la force élastique veut le ramener vers la position d'équilibre, donc vers la gauche, on met ainsi moins, puisque la force est orientée selon moins x chapeau. Prenons maintenant la force élastique, exercée sur le deuxième point matériel par le ressort du centre. Là on va prendre une elongation, donc on va prendre notre deuxième point matériel et on le déplace ici vers la droite. D'accord ? Cette force élastique va être proportionnelle à K'. La déformation, c'est la longueur du ressort, soit x2-x1,

notes

résumé

16m 7s

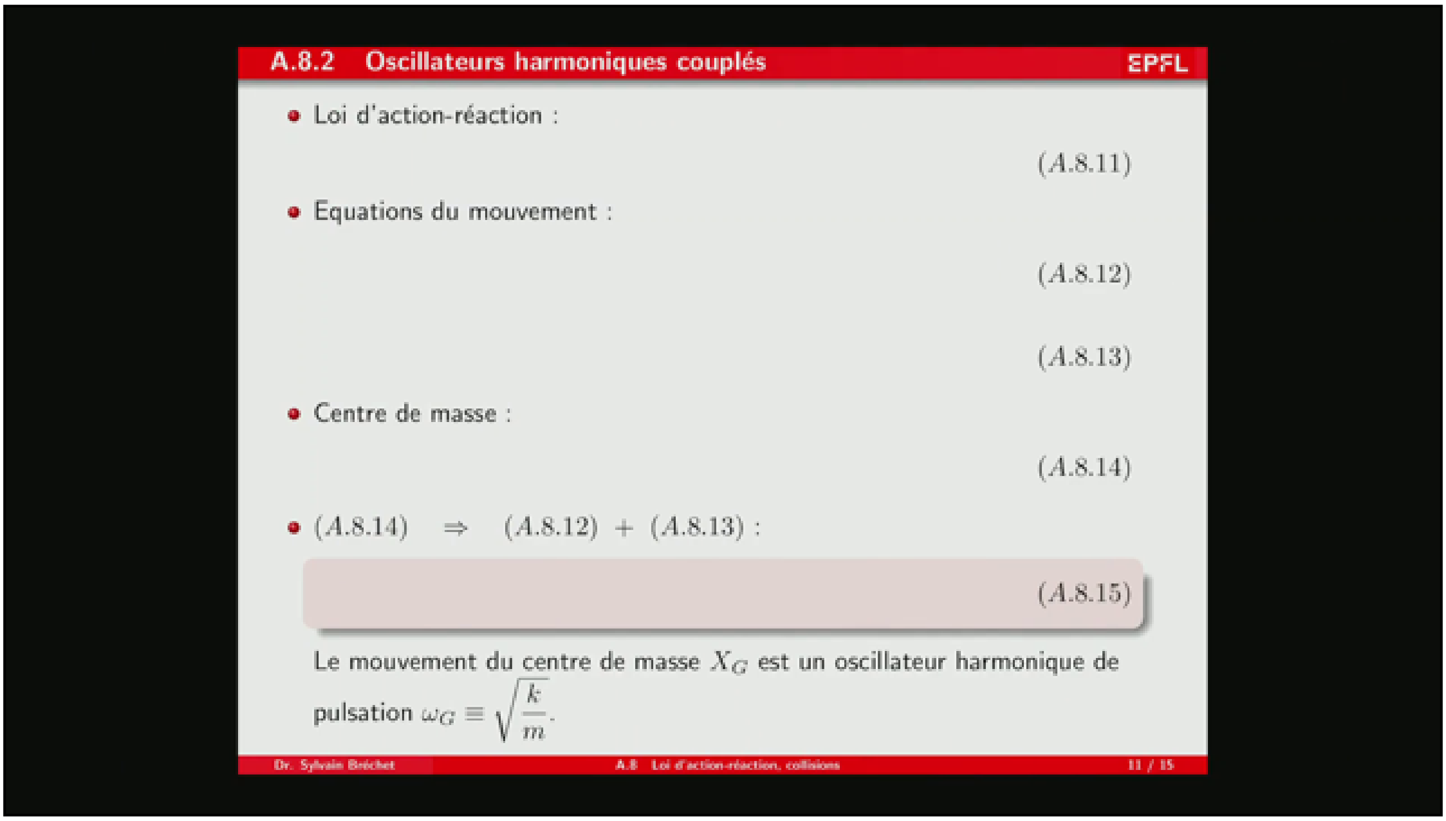


dont on retranche la longueur à vide qu'est-elle 0. Mais attention, c'est le point 2 qu'on a décalé vers la droite. Comme on a décalé le point 2 vers la droite, la force élastique veut le ramener vers la gauche, x chapeau est orienté vers la droite, elle est selon moins x chapeau. D'accord ? Écrivons donc l'équation du mouvement vectoriellement, la somme des forces extérieures exercées sur le deuxième point matériel, c'est les forces horizontales puisque les forces verticales se compensent, c'est la force élastique exercée sur le deuxième point matériel par le ressort de droite, plus la force élastique exercée sur le deuxième point matériel par le ressort du centre, qui produit de la masse du point matériel fois son vecteur accélération,

notes

résumé

17m 47s

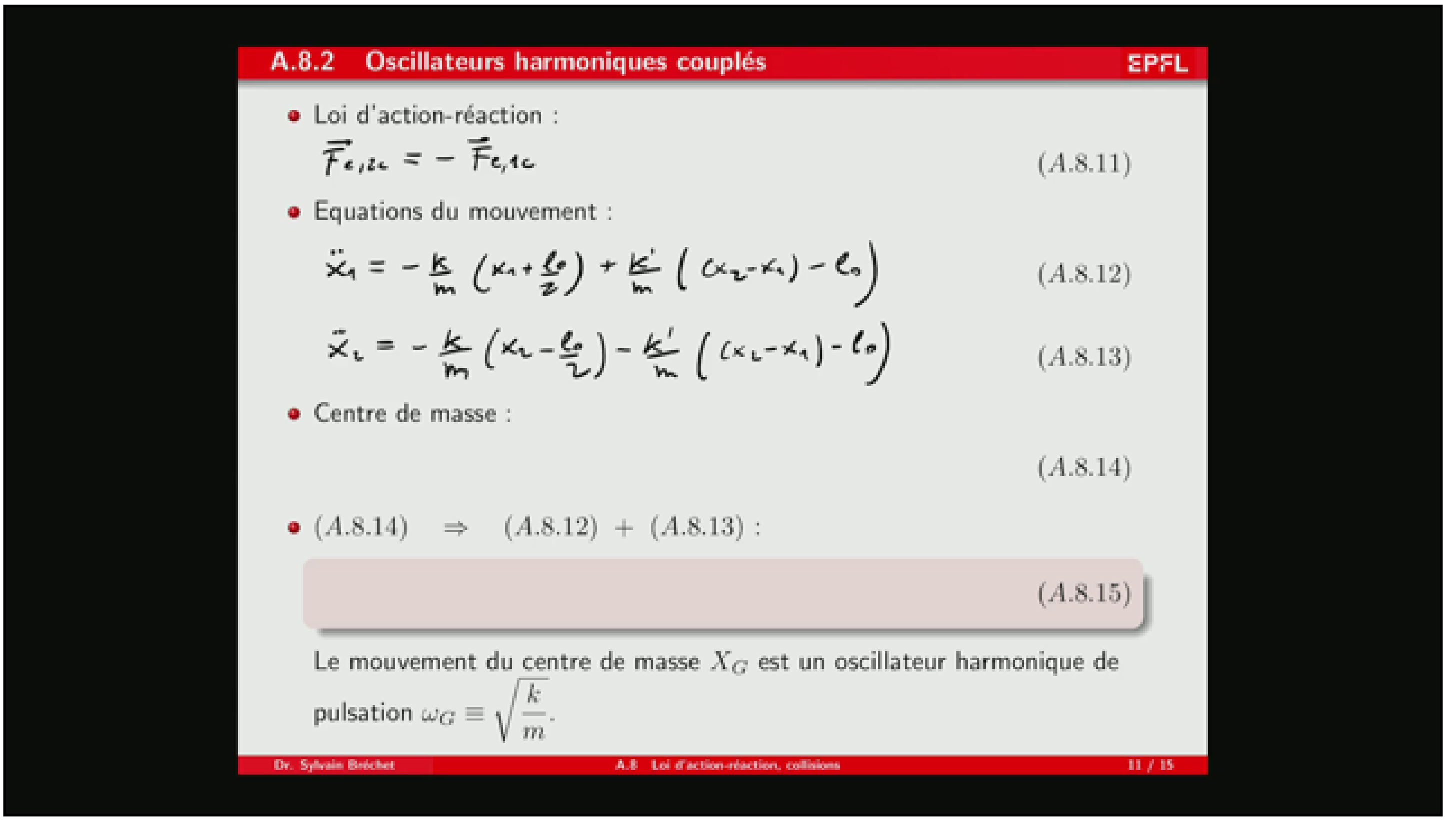


ou le vecteur accélération à 2, c'est x2.1xx chapeau. Alors là encore, on fait la substitution, on projette son axe horizontal pour la force exercée par le ressort de droite, on a moins qu'à qui multiplie x2 moins L0 sur 2. Pour le ressort du centre, on a moins qu'à prime qui multiplie x2 moins x1 moins L0, d'accord ? Et dans le moment de droite, on a m x2.1. On a une équation différentielle en termes de x2 qui fait intervenir x2x2.1 qui est couplée à x1 également, d'accord ? Alors avant de continuer, regardez quelque chose de très intéressant. Prenez la force élastique exercée sur le premier point matériel par le ressort du centre, d'accord ? Vous la voyez sur le tableau de gauche. Vous comparez donc cette force FE1c à la force élastique exercée par le ressort du centre sur le deuxième point matériel FE2c. Qu'est-ce que vous remarquez ? Il y a juste le signe qui change. Pourquoi ? Ce sont des forces d'interaction à l'intérieur du système formé des deux points matériels. Ce sont donc des forces d'action et de réaction entre les deux points matériels. Ces forces se compensent. D'accord ? Regardez effectivement.

notes

résumé

18m 32s

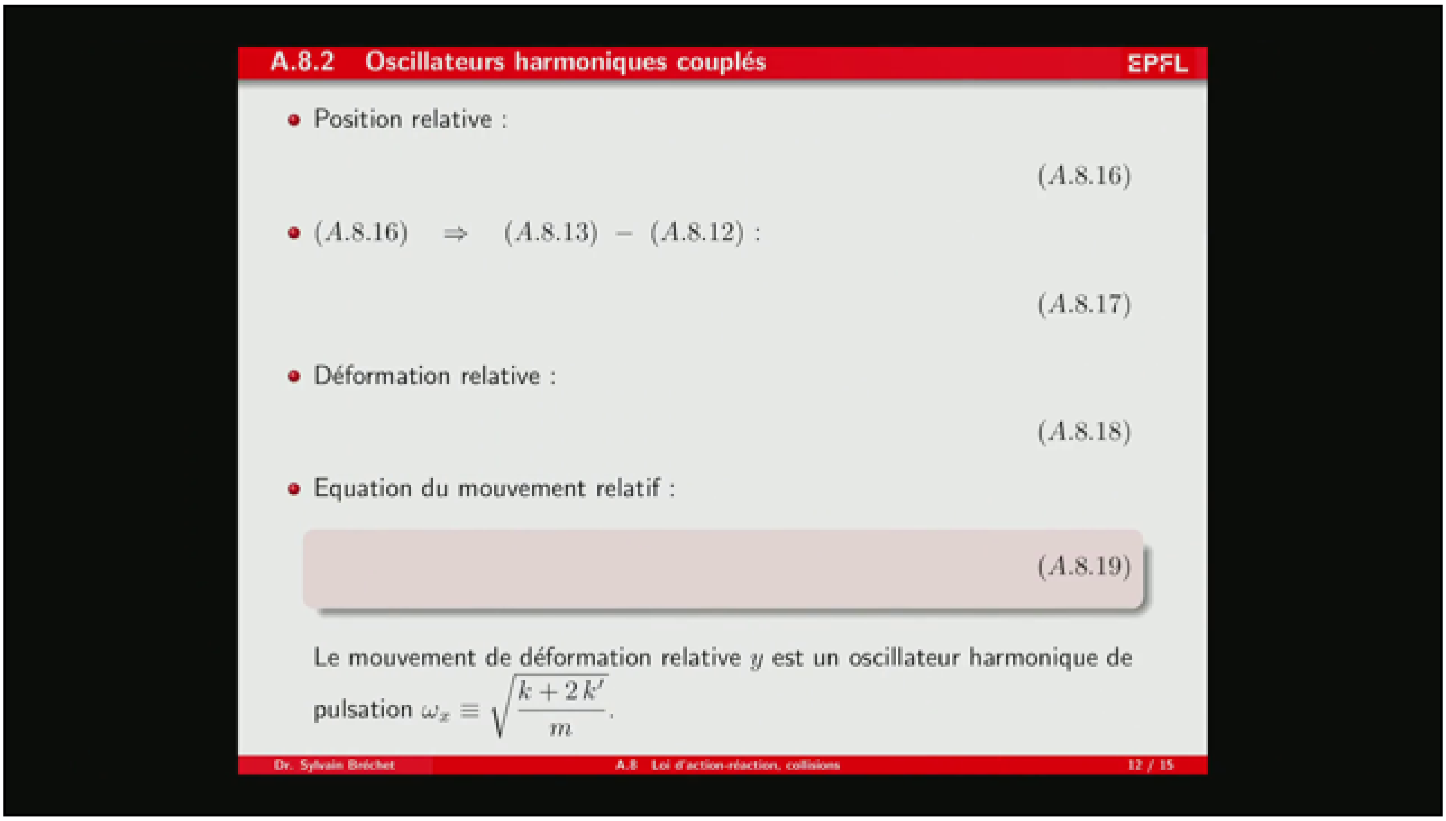


On peut donc écrire que FE2c est égal à moins FE1c. Ce qui démontre une chose, c'est que notre modalisation paraît correcte en ce qui concerne le ressort du centre sinon ça ne marcherait pas. D'accord ? Donc on s'est auto-évalué si on peut dire des choses ainsi. Celle genre de raisonnement que vous pouvez faire à l'examen pour vérifier que vos solutions sont correctes. D'accord ? Maintenant reprenons les équations du mouvement et comme elles sont compliquées, qu'est-ce qu'on va commencer par faire ? On va diviser par la masse. Très bien. Donc prenons la première. On a x1.1 qui va être égal à moins k sur m qui multiplie x1 plus l0 sur 2 plus qu'à prime sur m, x2 moins x1 le tout moins l0. D'accord ? Pour la deuxième, on a quelque chose de similaire. x2.1 c'est moins k sur m qui multiplie x2 moins l0 sur 2 avant c'était un plus. D'accord ? Et finalement c'est un moins k prime sur m qui multiplie x2 moins x1 moins l0. Bon. Ces équations qui sont couplées clairement sont décrites avec des variables qui ne sont pas les bonnes. On a un problème à deux corps. Comment est-ce qu'on pourrait reformuler ça de manière intelligente ? En introduisant la coordonnée horizontale du centre de masse. En introduisant la coordonnée horizontale relative.

notes

résumé

19m 55s

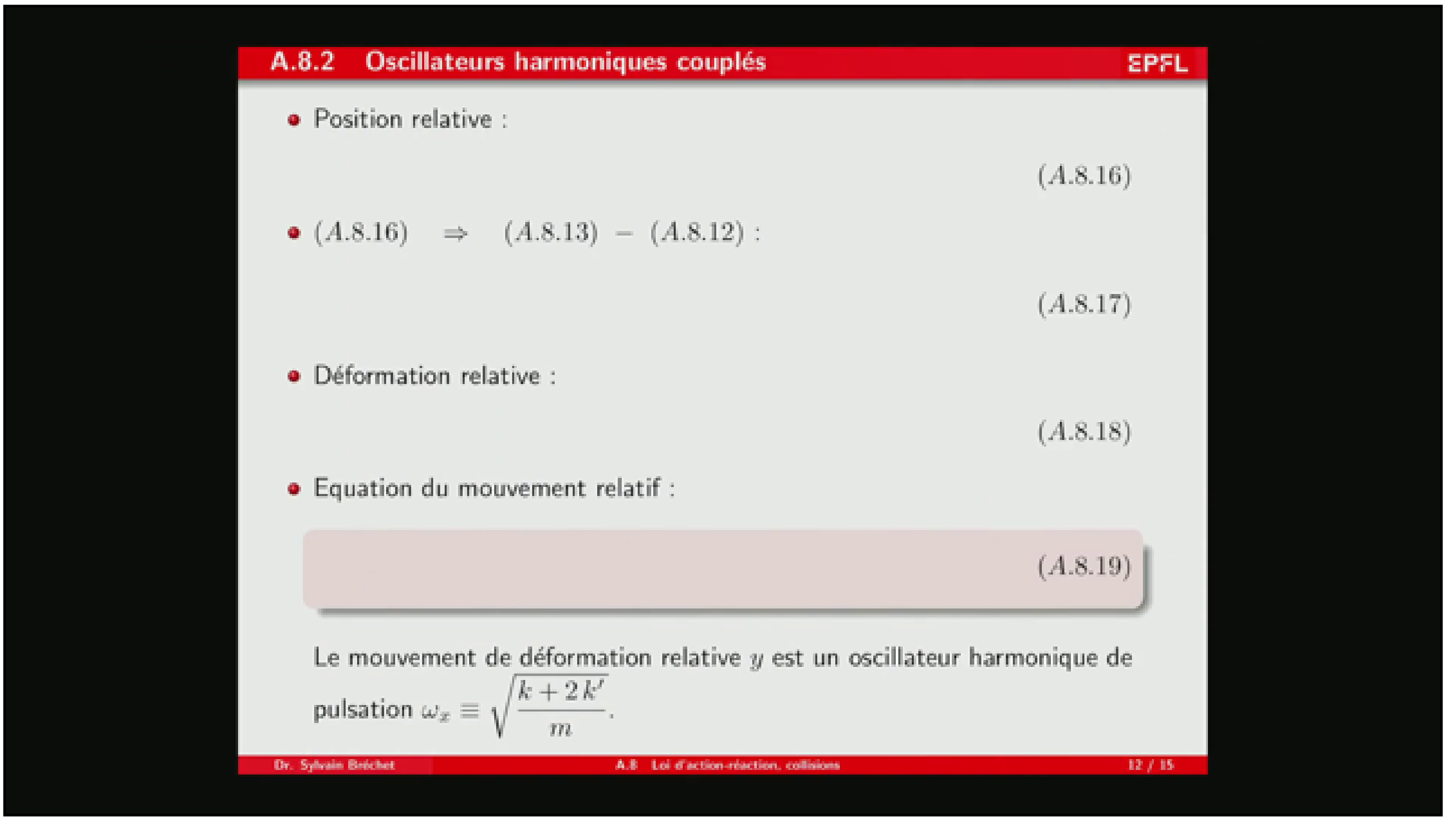


Et c'est donc ce qu'on va faire. On va commencer par le centre de masse. La coordonnée horizontale du centre de masse, xg, par définition c'est le produit des masses fois les coordonnées horizontales divisées par la somme des masses. C'est donc mx1 plus mx2 divisé par m plus m. Et donc si on divise par la masse, le numérateur, l'endemigrateur, on trouve une demi de x1 plus x2, c'est-à-dire la moyenne géométrique. D'accord ? Donne-nous deux points. On est au centre du point x1 et du point x2. Puisqu'ils ont la même masse, il y a démocratiquement le centre de masse se trouve au centre. D'accord ? Alors grâce à ça, on peut maintenant prendre notre centre de masse, cette coordonnée horizontale, qu'on dérive deux fois par rapport au temps. On aura donc une demi de x1 point point plus x2 point point et c'est là que la magie va opérer. Pourquoi ? Parce que maintenant on va prendre nos équations du mouvement, ils sont là, et on va remplacer dans xg point point, x1 point point et x2 point point par les membres de droite. Donc on va simplement les sommer. D'accord ? Si on laisse ça, me regardez bien. Les termes, les deuxièmes termes qui apparaissent dans les membres de droite se simplifient. Il y en a un qui est positif, l'autre qui est négatif. D'accord ? Et puis là aussi pour les L0 sur 2, les signes sont opposés. Ils se simplifient aussi. Et donc on va avoir en facteur un moins k sur m qui multiplie une demi de x1 plus x2, c'est-à-dire que c'est un moins k sur m qui multiplie xg. Et donc l'équation la suivante, xg point point plus k sur m, xg est égal à 0. Et oui, le centre de masse de ce système a lui-même un mouvement harmonique oscillatoire, dont l'apulsation dépend uniquement des constantes élastiques, des ressorts symétriques

notes

résumé

21m 25s



placés à l'extérieur et des masses des points matériels. D'accord ? Sa pulsation, c'est évidemment la racine de k sur m. K sur m. Ça, c'est pour le mouvement du centre de masse. Maintenant, il y a encore le mouvement relatif. D'accord ?

notes

résumé

La position relative, x, on va la prendre en se... On plaçant l'origine sur x1, c'est x2 moins x1. Donc, x point point, c'est x2 point point moins x1 point point. On dérive deux fois par rapport au temps cette relation. D'accord ? Et comme on la fait précédemment, on va prendre maintenant les équations du mouvement, la 812 et la 813, et on va les substituer dans la 816. Donc, on va prendre la différence entre la 813 et la 812. D'accord ? Si on fait ça, dans nos termes, ce qui va rester au final, je vais l'écrire, c'est x point point plus k plus 2k prime sur m qui multiplie x moins 0. Si vous faites le calcul, vous tombez là-dessus. D'accord ? Alors, ça ressemble à un oscillateur harmonique, mais pas tout à fait. On a ce décalage du OL0 qui est compréhensible, puisque ce qui aussi, c'est pas la position relative, c'est la déformation relative. D'accord ? Pour trouver la déformation relative, il faut retrancher à la position relative la position d'équilibre qui est L0. Donc, la déformation relative, c'est la variable y qui vaut x moins 0. D'accord ? Donc, si on dérive deux fois par rapport au temps, y point point c'est x point point, et on trouve donc l'équation du mouvement relatif, c'est-à-dire de la déformation relative, y point point plus k prime, k plus 2 k prime sur m, qui multiplie y, qui est égal à 0. Qu'est-ce qu'on voit ? On a là aussi un mouvement harmonique oscillatoire. Mais attention, la pulsation maintenant, elle dépend de k prime, elle dépend du ressort central et des ressorts latéraux, elle dépend également de la masse qui plus est. La pulsation, c'est la racine carrée de cette expression-là. Et donc, cette pulsation omega x va être plus grande que omega g, puisque omega g, c'est la racine de k sur m. Ici, on

notes

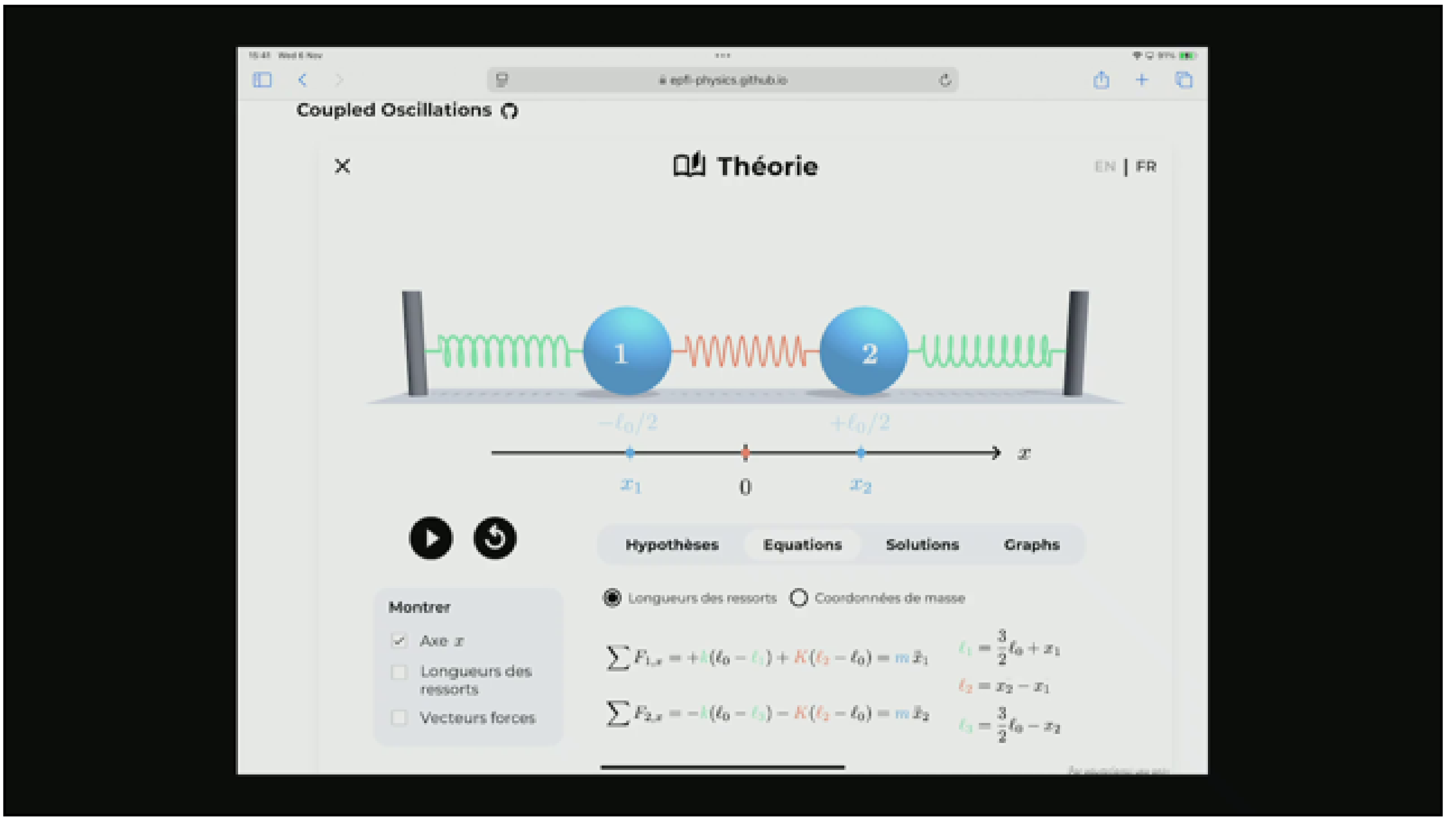
résumé

23m 44s

a un emirateur k plus 2 k prime. Et donc, la déformation relative va aussi y est plus vite que le centre de masse. D'accord ? Alors, maintenant qu'on a compris tout ceci, on va regarder ce que ça donne sur l'application, et ensuite on va calculer la solution générale. D'accord ?

notes

résumé

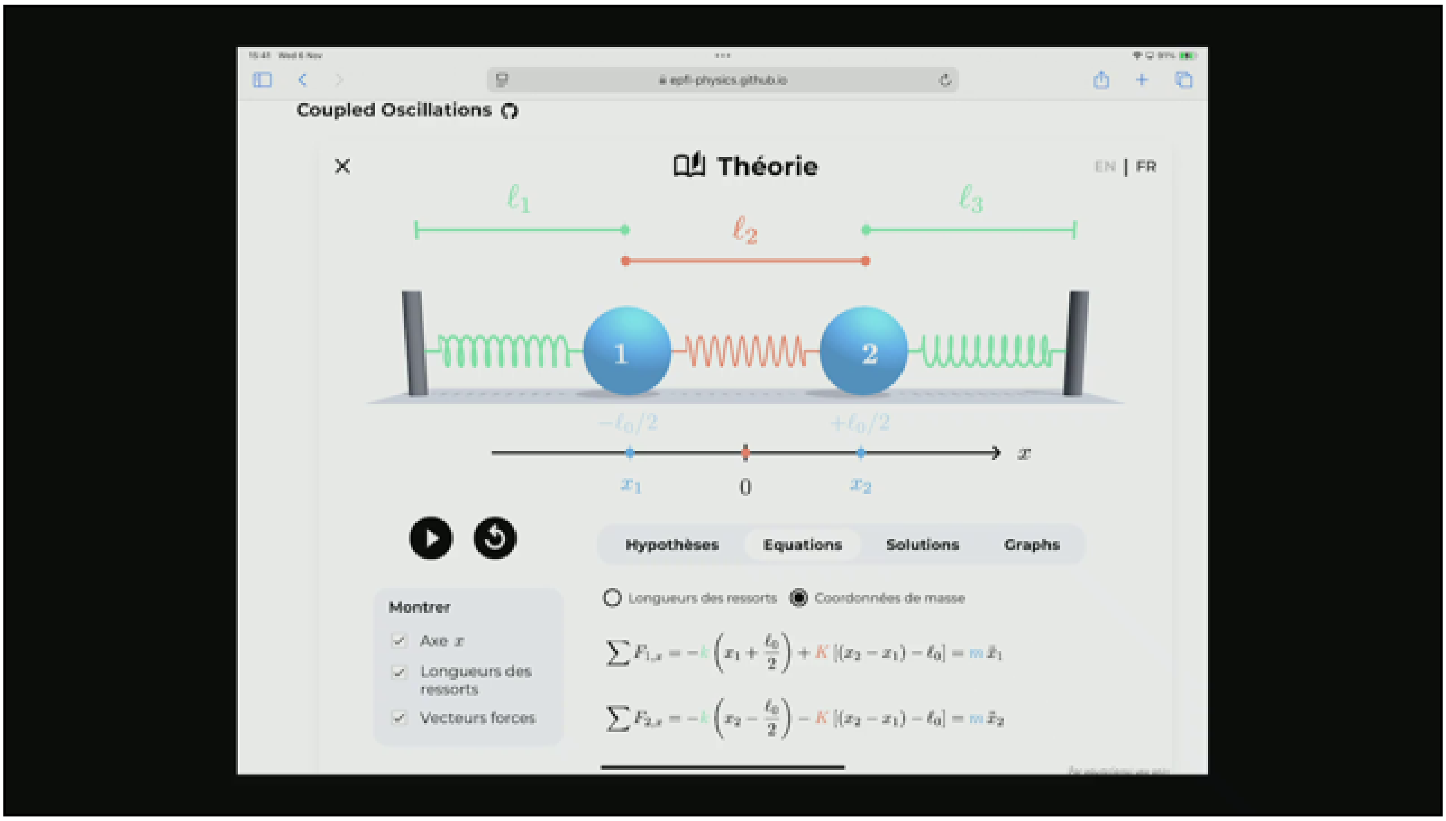


Alors, voilà l'application qui a été préparée sur Unity par Austin Bill. D'accord ? Vous pouvez l'avoir en français ou en anglais, ici on l'a prise en français. Vous avez les éléments théoriques, les hypothèses qui sont données, les équations, vous pouvez les voir en termes

notes

résumé

26m 18s

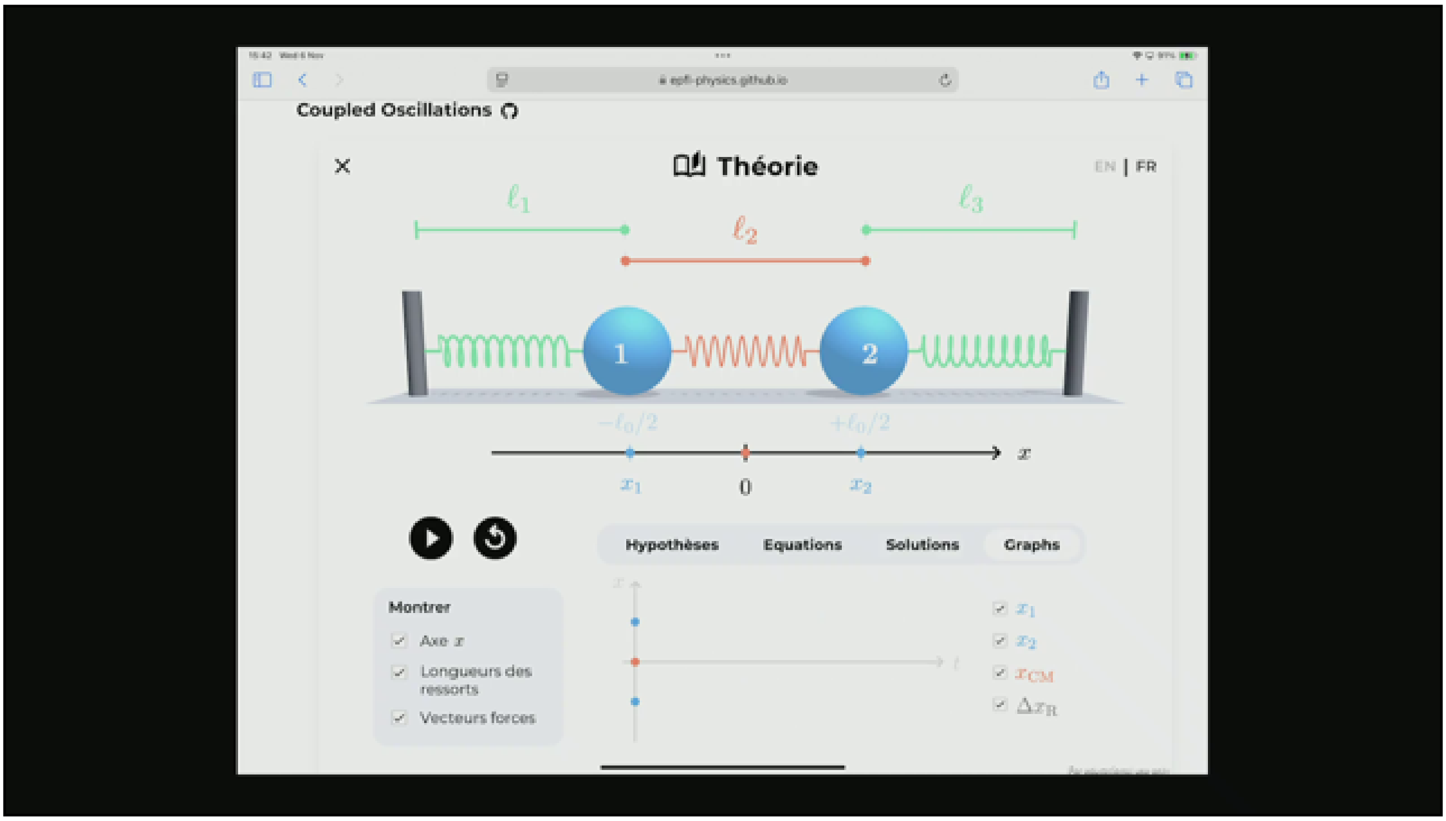


des longueurs des ressorts

notes

résumé

26m 37s

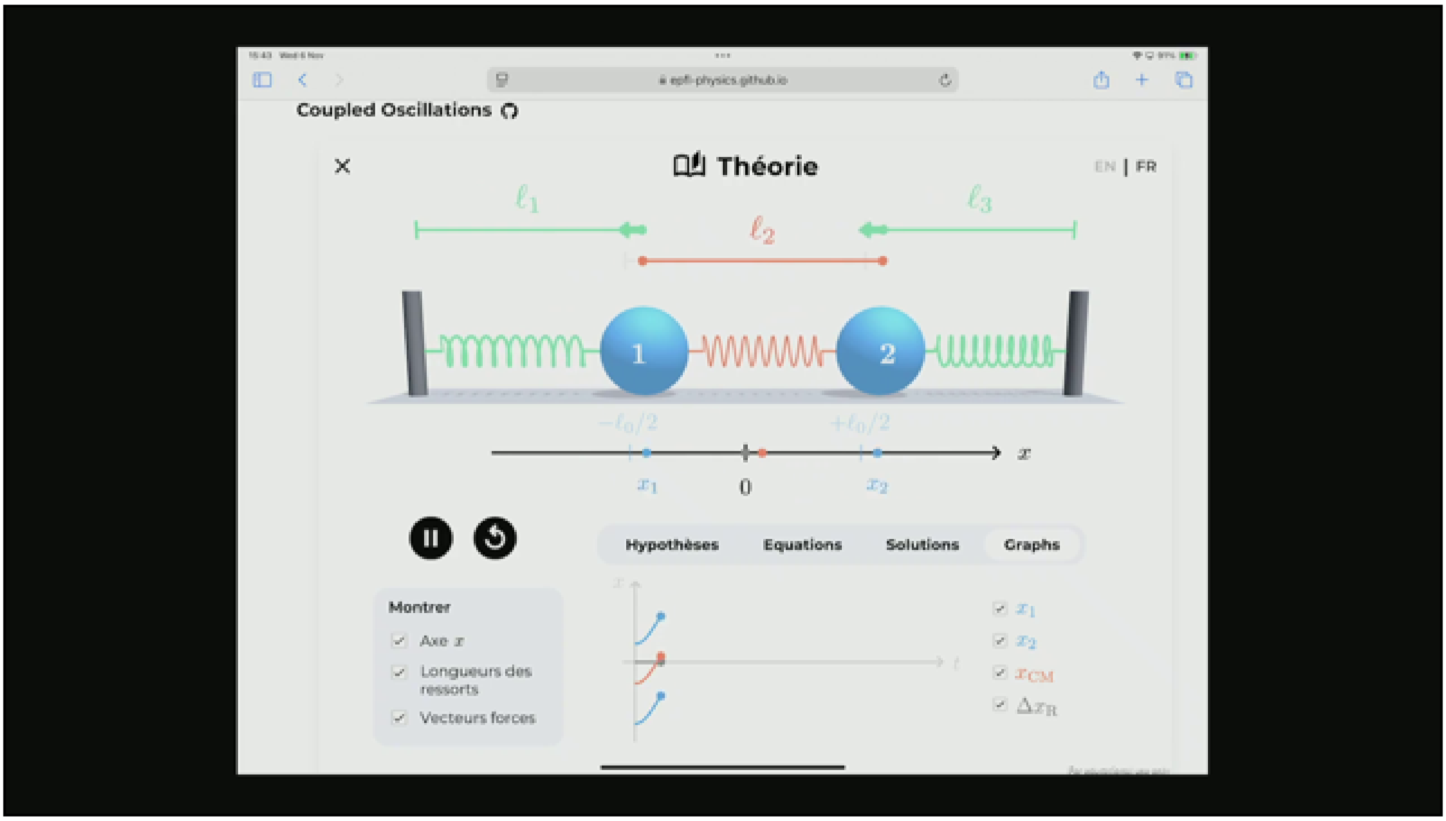


ou des coordonnées de masse qu'on introduise nous. Les deux sont possibles. Vous avez les pulsations qui ressortent pour les dotifs de mouvement, le mouvement du centre de masse et la déformation relative. Et ce qu'on va maintenant regarder ensemble,

notes

résumé

26m 41s

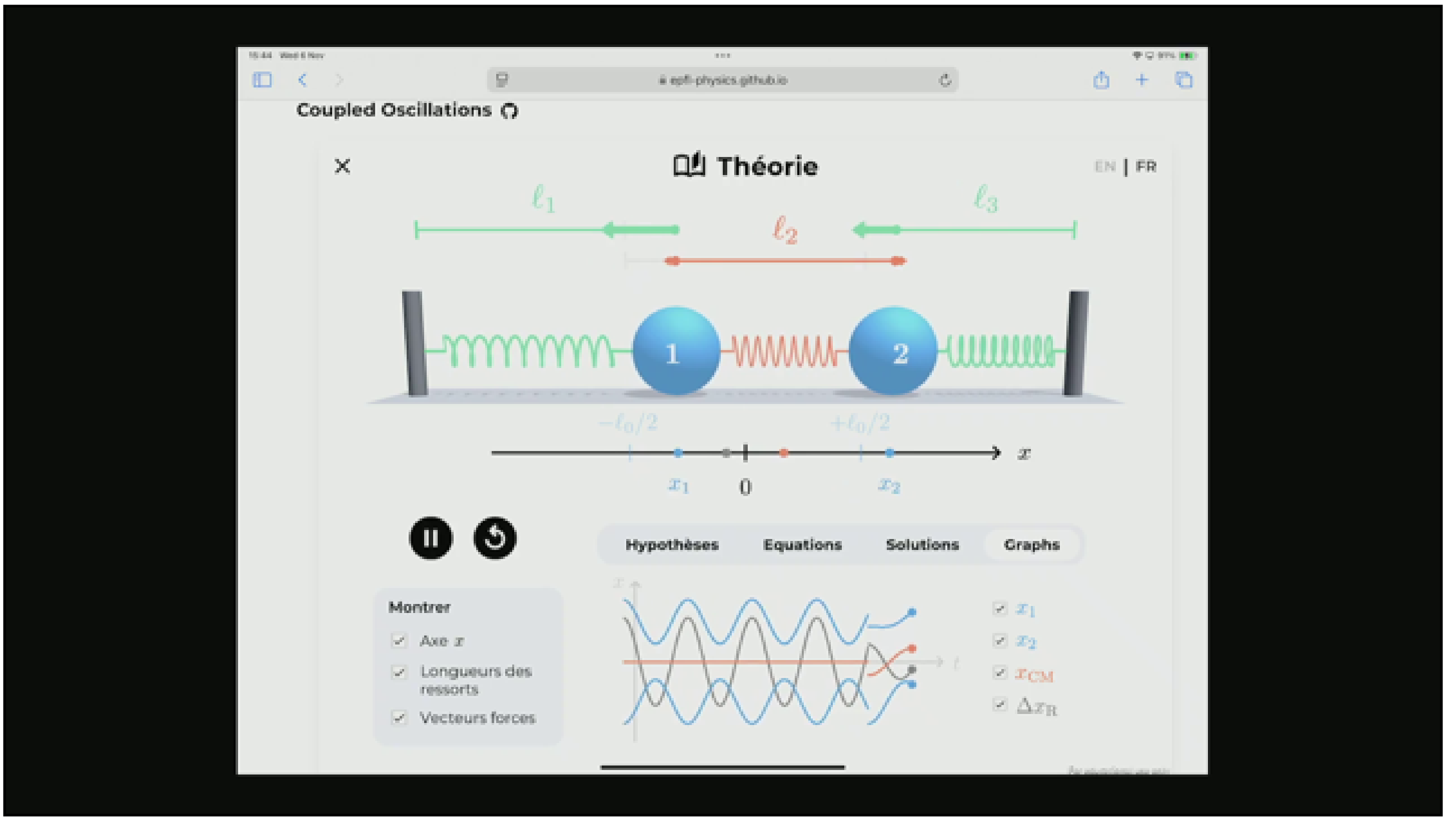


c'est le comportement du centre de masse, le comportement de la déformation relative et le mouvement des deux points matériels. Alors, prenons la première situation où il n'y a pas de déformation relative, on regarde juste le mouvement du centre de masse. Alors, je vais le préparer tel qu'on soit dans cette situation. Voilà le système. Alors, maintenant regardez, vous allez regarder attentivement le point orange qui est aussi sur l'axe X. Ce point orange, vous le retrouvez sur le graphe. Vous allez voir son mouvement le long de l'axe X, l'axe X qui va être l'axe vertical, l'axe horizontal qui est l'axe du temps. Vous allez aussi voir le mouvement de la déformation relative qui apparaît ici en gris. D'accord ? C'est le point en gris. Vous verrez qu'il est immobile. Vous allez voir le mouvement des points matériels 1 et 2. On lance le système.

notes

résumé

26m 54s

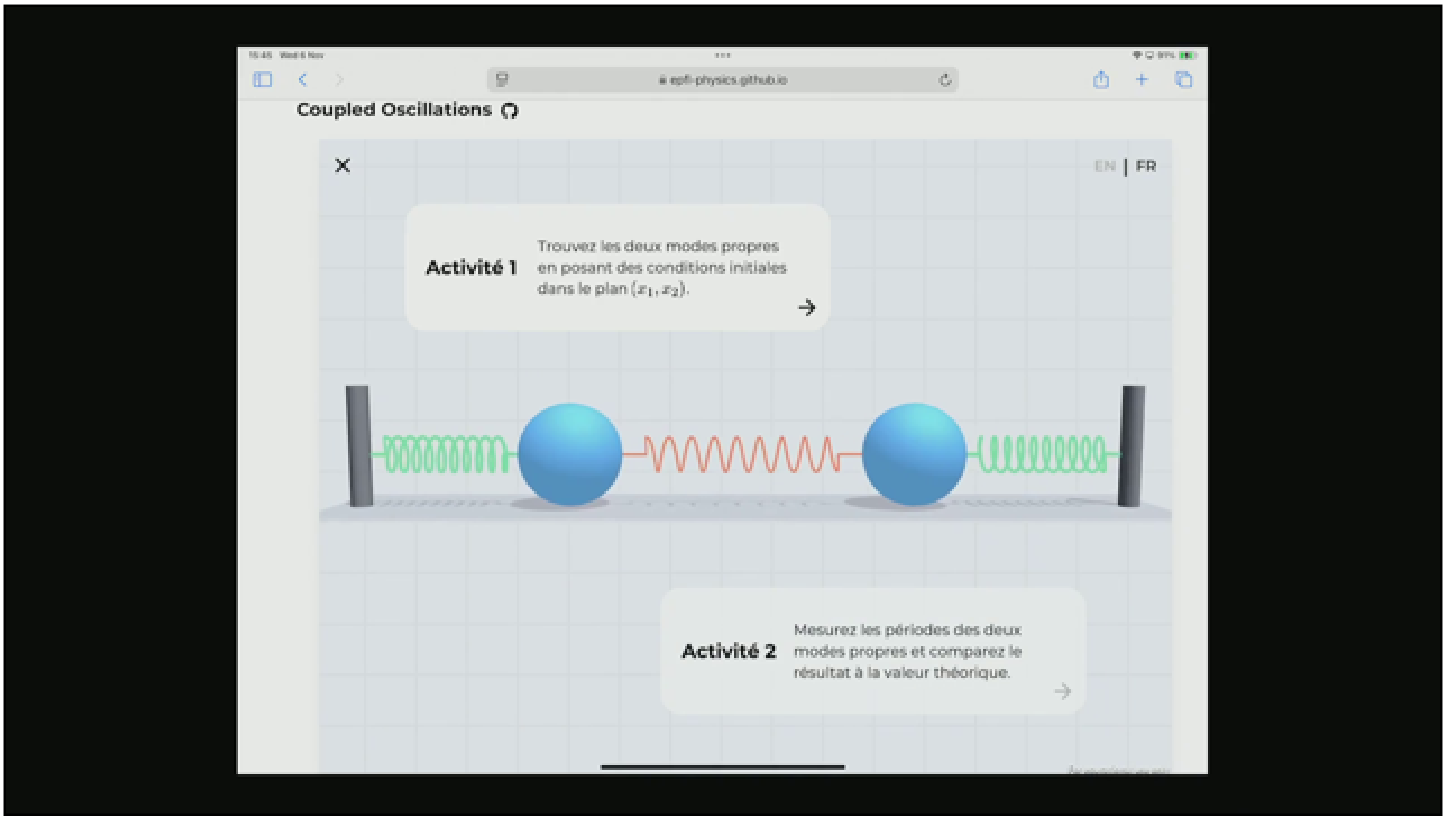


D'accord ? Dans ce cas-là, le ressort du centre ne bouge pas. Il n'y a pas de déformation relative. Ce qui veut dire que le mouvement du centre de masse et le mouvement des deux points matériels sont les mêmes en phase. Ils sont juste décalés d'une longueur qui correspond à la moitié de la longueur avide L0 sur 2. Vous voyez apparaître ici en vert les forces élastiques qui sont exercées par les ressorts sur les points matériels. Il n'y en a pas au centre, puisque le ressort du centre ne bouge pas. D'accord ? Prenons un autre cas de figure maintenant. On va les préparer dans un autre état. Le voici. Et maintenant, vous allez regarder ce qui se passe pour le centre de masse, mais surtout ce qui se passe pour la déformation relative qui apparaît en gris. Là, vous allez voir que le centre de masse est immobile. Vous allez voir exactement ce que vous êtes en train d'écrire avec vos doigts. C'est ça. C'est correct. D'accord ? Vous allez donc voir que le mouvement du 2e point matériel est l'image miroir du mouvement du 1er point matériel par rapport à l'axe horizontal, qui est l'axe du temps. D'accord ? Vous allez voir que la déformation relative suit aussi un mouvement harmonique oscillatoire. Regardez. D'accord ? C'est joli à visualiser. Quand même, il faut le dire. C'est pour ça que cette ap existe et qu'on la mise au point. Ok ? Et vous voyez au passage que le mouvement... Enfin, la fréquence d'ossiation de la déformation relative est plus grande que celle qu'on avait pour le centre de masse. D'accord ? C'est ce qu'on arrive à voir expérimentalement. Alors évidemment qu'on peut compliquer la donne et regarder une situation où le centre de masse se déplace. D'accord ? Et la déformation relative varie au cours du temps. Là, voici. Ça, c'est beaucoup plus complexe.

notes

résumé

27m 46s

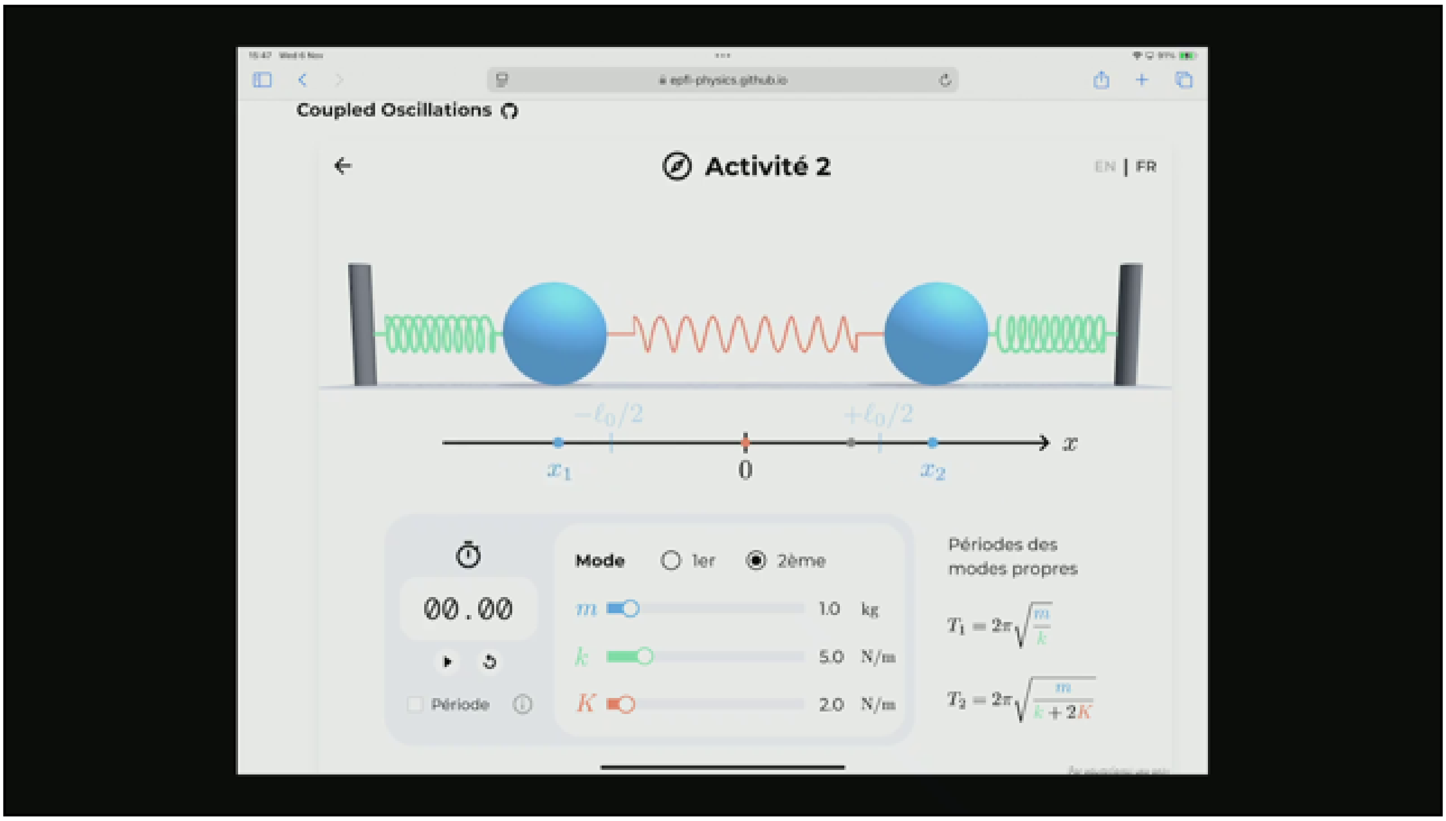


Donc, vous voyez, vous avez la courbe en orange qui décrit le mouvement harmonico-ciatoire du centre de masse, la courbe en gris qui décrit le mouvement harmonico-ciatoire de la déformation relative, et vous avez les courbes en bleu qui décrivent le mouvement des points matériels 1 et 2. D'accord ? Alors, comme cette ap est très belle, je vais encore vous montrer deux autres choses que je trouve sympathiques. On va aller dans les activités.

notes

résumé

29m 29s

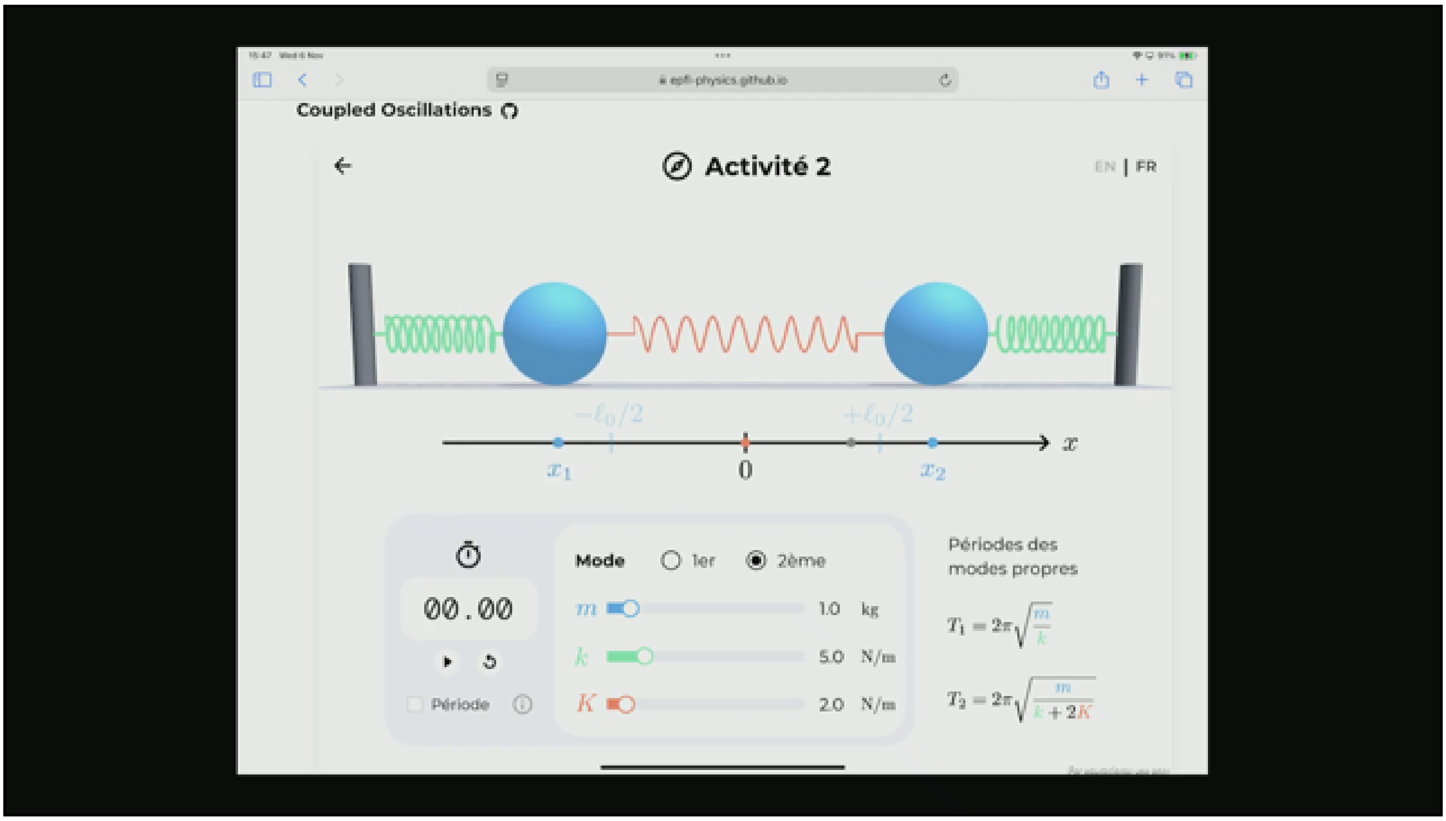


On peut se poser la question de savoir comment faut-il préparer le système pour se retrouver avec les deux modes propres ? Le mode propre qui correspond... On parle de mode propre en référence à l'algébinaire. C'est des étapropres décrits par des vecteurs propres. D'accord ? On a le mode propre où le centre de masse se déplace, mais il n'y a pas de déformation relative. Pour avoir ce mode propre, il faut décaler les deux points matériels dans le même sens, soit vers la gauche, soit vers la droite. Donc, il faut se trouver sur la vice-sectorie, ici, par exemple. D'accord ? Voyez que sur cette vice-sectorie, le point gris ne bouge pas. Et je vais peut-être mettre le son, en espérant qu'il va être transmis. Attendez-moi, le son devrait être transmis. Voilà, on a trouvé une mode symétrique. D'accord ? Bon, alors on peut s'amuser et puis chercher l'autre mode. Attendez-moi. Voilà. Si maintenant, on prépare nos deux masses, telles qu'elles soient, image miroir, l'une de l'autre par rapport au centre, le centre de masse ne bouge pas. D'accord ? Pour faire ceci, il faut évidemment que la déviation à gauche soit l'opposé de la déviation à droite. Il faut se trouver sur la vice-sectorie, d'accord ? Dans le deuxième et le quatrième cadran trigonométrique, regardez. Ça, c'est le mode antismétrique. D'accord ? Et alors, si on part avec des conditions initiales quelconques, on va tout combiner. On a une sorte de mouvement de spirographes qui se fait dans ce plan qui lit les déformations initiales de nos deux points matérielles. D'accord ? On peut aussi s'intéresser au période. Ce qu'on va faire ici. Donc, on a le mode propre symétrique ou le centre de masse bouge, c'est ce que vous voyez ici. Vous avez le deuxième antismétrique où c'est la déformation relative qui va varier au cours du temps et le deuxième mode propre est plus rapide

notes

résumé

29m 55s



que le premier. On pourrait, par exemple, mesurer les périodes. Faisons-le.

notes

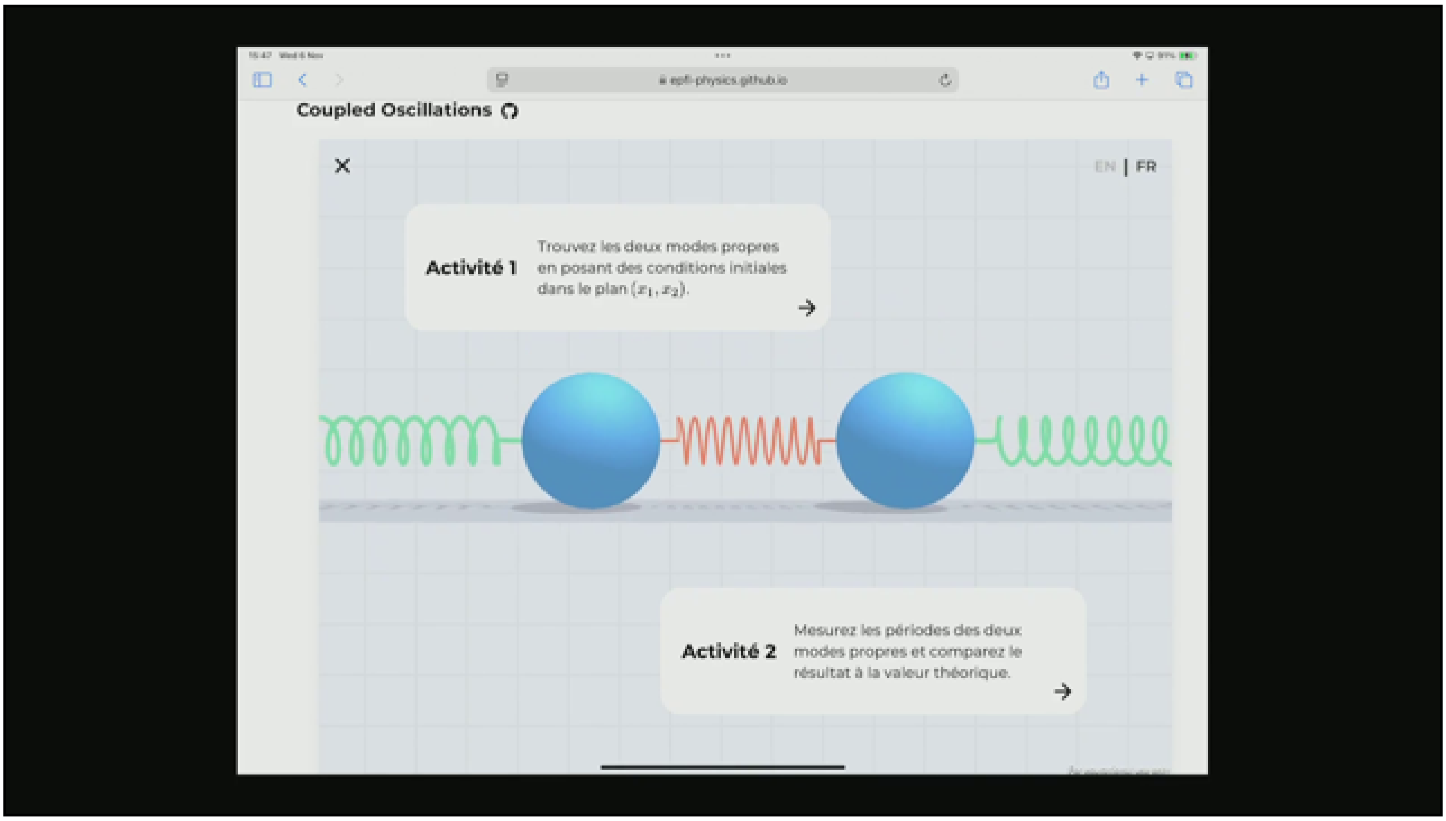
résumé

On a ajusté la masse et les constantes élastiques, petit k et grand k. On peut varier ceci. On aura des valeurs différentes. Prenons le premier mode. Calculons la période avec un chronomètre. D'accord ? On voit que la période est ici de 2,81 secondes.

notes

résumé

32m 1s

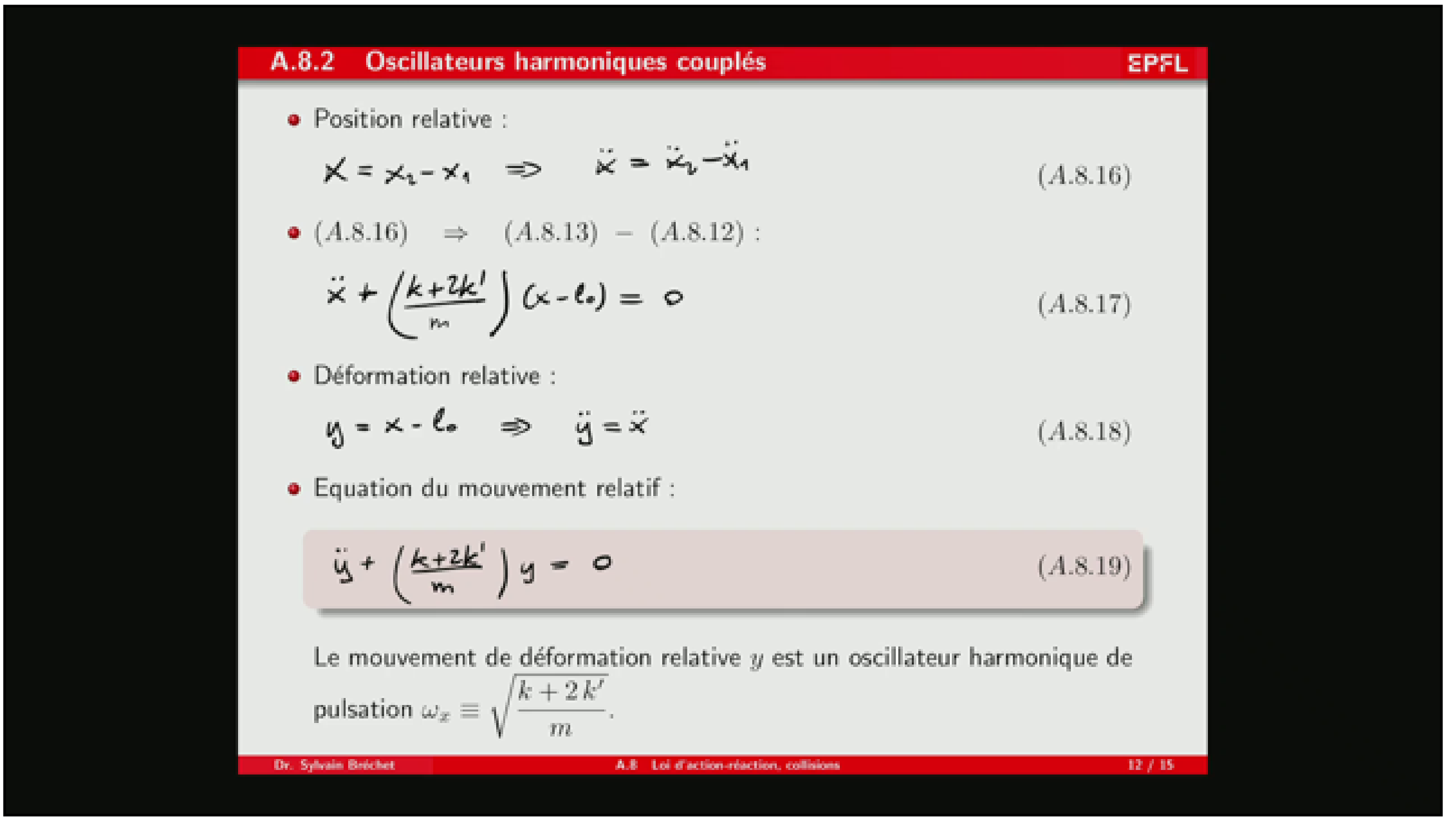


Faisons le même exercice pour le deuxième mode. Calculons la période. Vous voyez qu'avec les mêmes configurations, les deux 2,09 secondes, vous voyez qu'elle est plus courte. Pourquoi ? Parce que la pulsation est plus grande et plus rapide. D'accord ? Le deuxième mode, c'est celui dont vous voyez la période T2 affichée ici. Ok ?

notes

résumé

32m 19s



Alors, revenons au cours. D'accord ?

notes

résumé

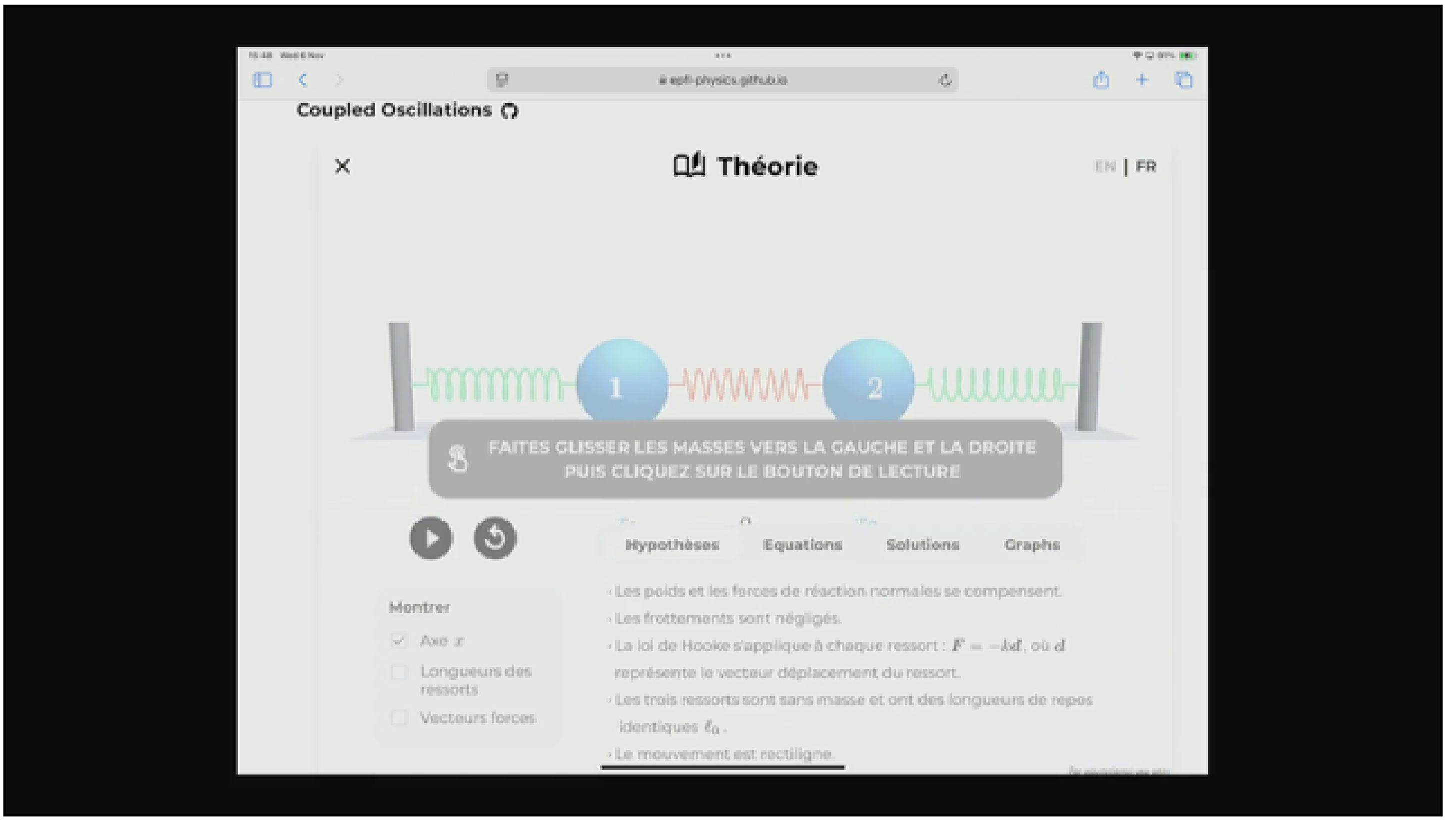
32m 37s

Donc maintenant, si on veut trouver les équations rares, comment est-ce qu'on va faire ? Oui ? Il faut que je regarde la paramétrisation. Mais c'est où exactement ? Alors, si je prends la simulation,

notes

résumé

32m 41s

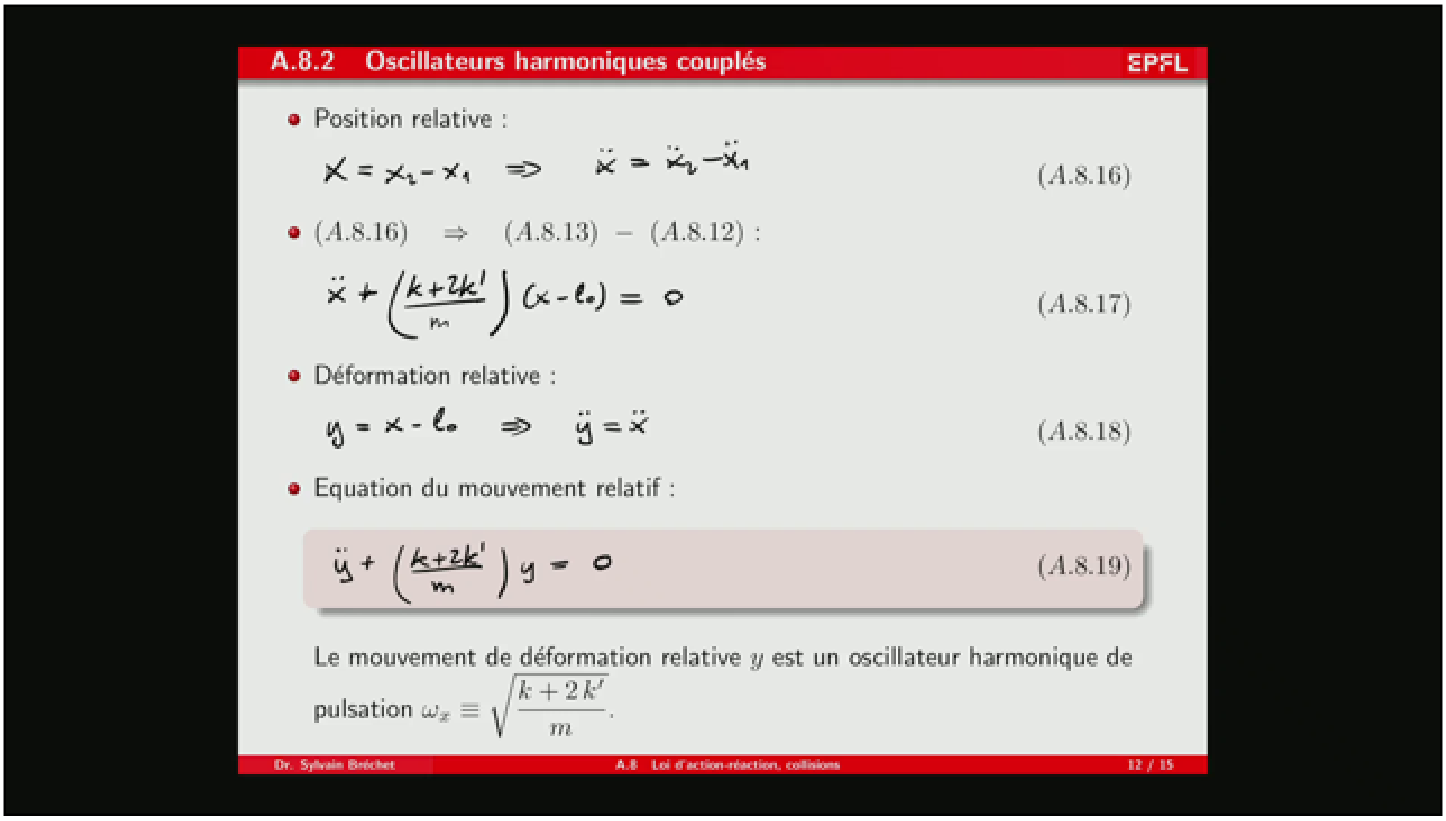


donc, c'est par rapport... Ça doit être dans la partie théorique. Donc, c'est ici. Ça doit être sous équation.

notes

résumé

33m 6s

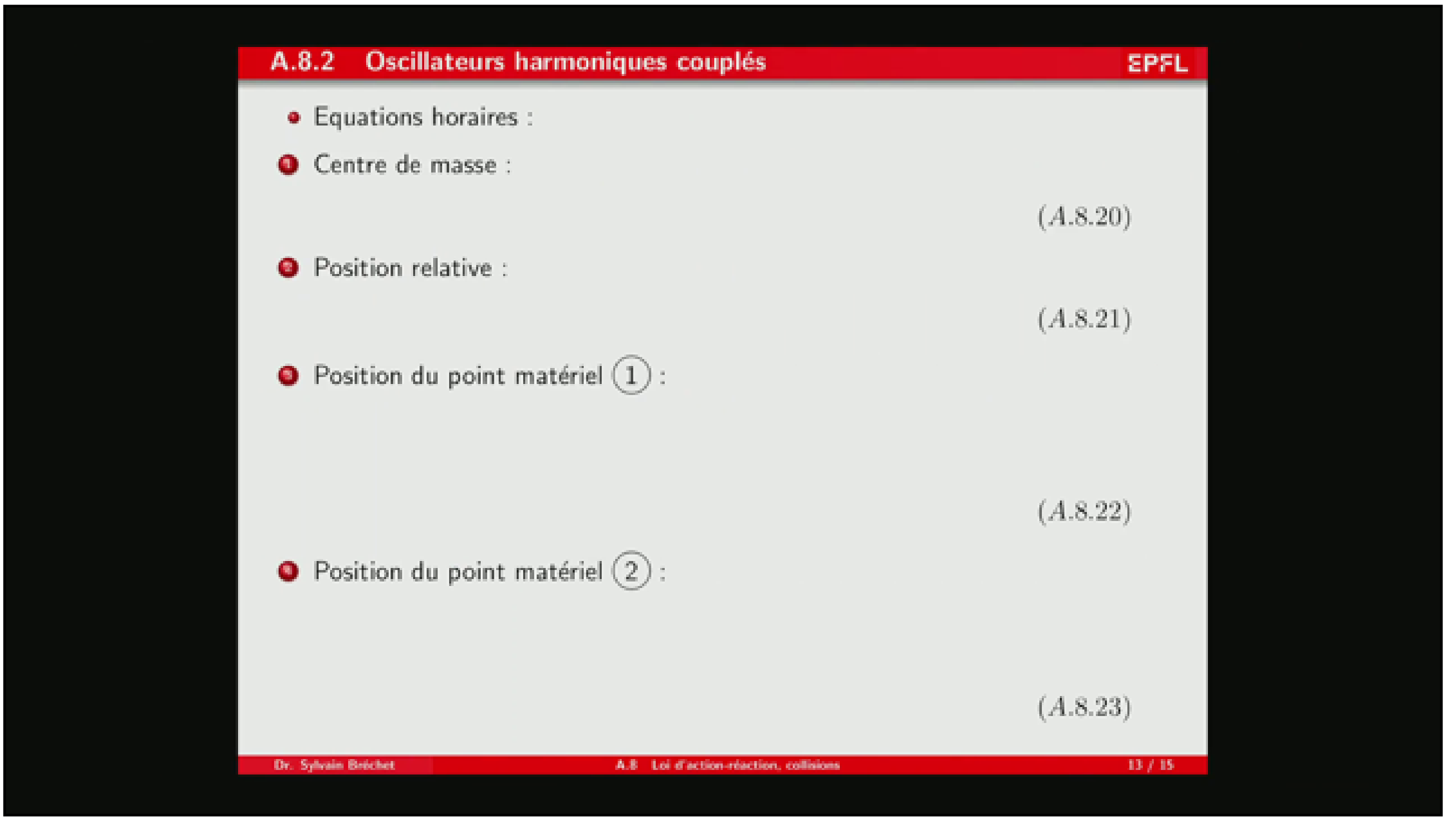


Oui ? Donc là, pour l'instant, c'est qu'on est de longueur. Donc, il faut prendre des coordonnées de masse pour comparer. D'accord ? Et si vous prenez les coordonnées de masse, là, ça devrait jouer, ça devrait être les mêmes. D'accord ? Parce que vous pouvez paramétriser, soit en plaçant les positions des points matériels, soit en donnant des longueurs au ressort. D'accord ? Ça revient un peu au même. Mais ça permet parfois de mieux visualiser les choses, d'avoir plutôt une représentation plutôt que l'autre. C'est pour ça que les deux ont été offertes dans cette application. Alors, si on revient donc au cours,

notes

résumé

33m 14s

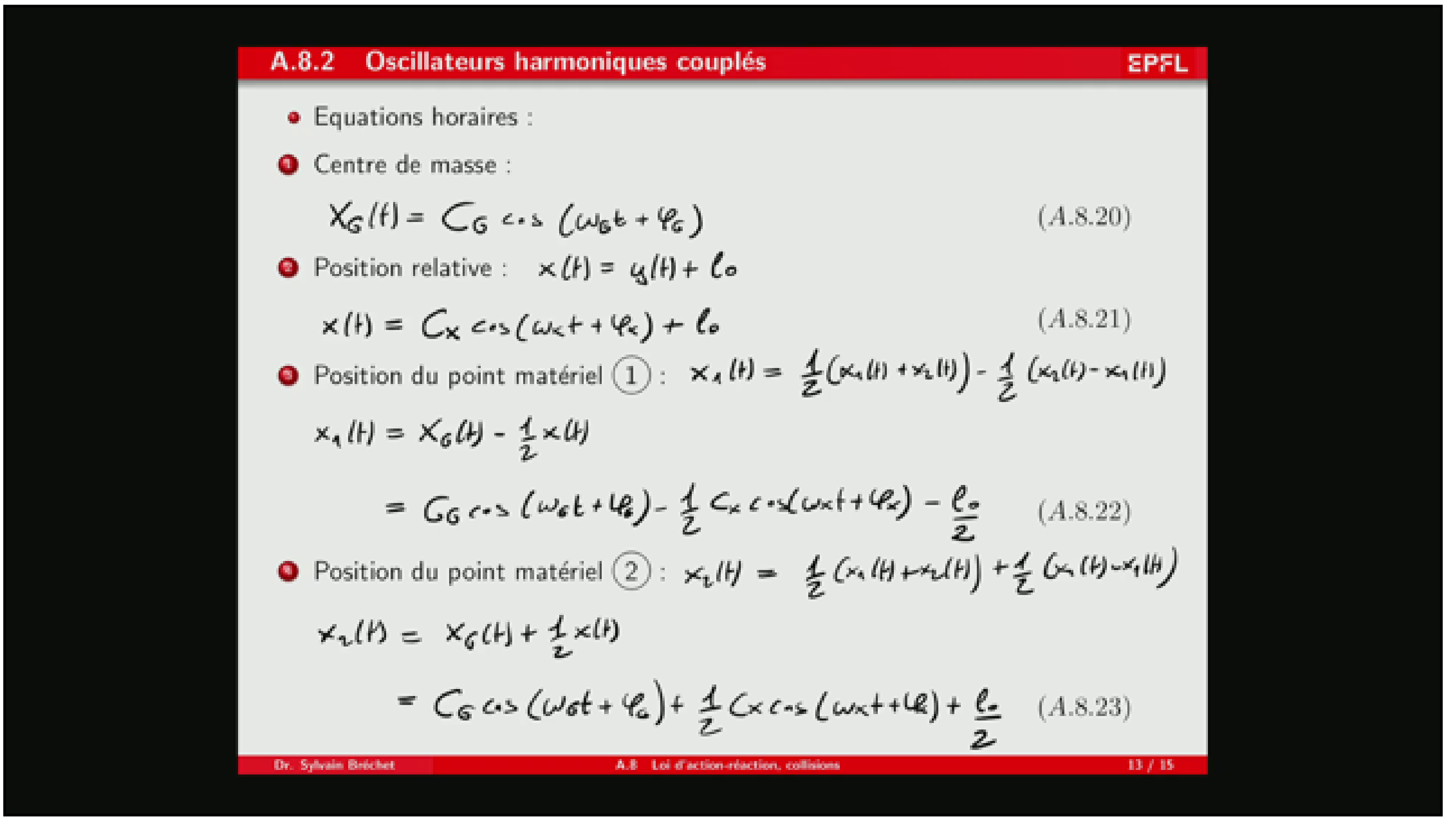


on connaît le mouvement du centre de masse.

notes

résumé

33m 48s

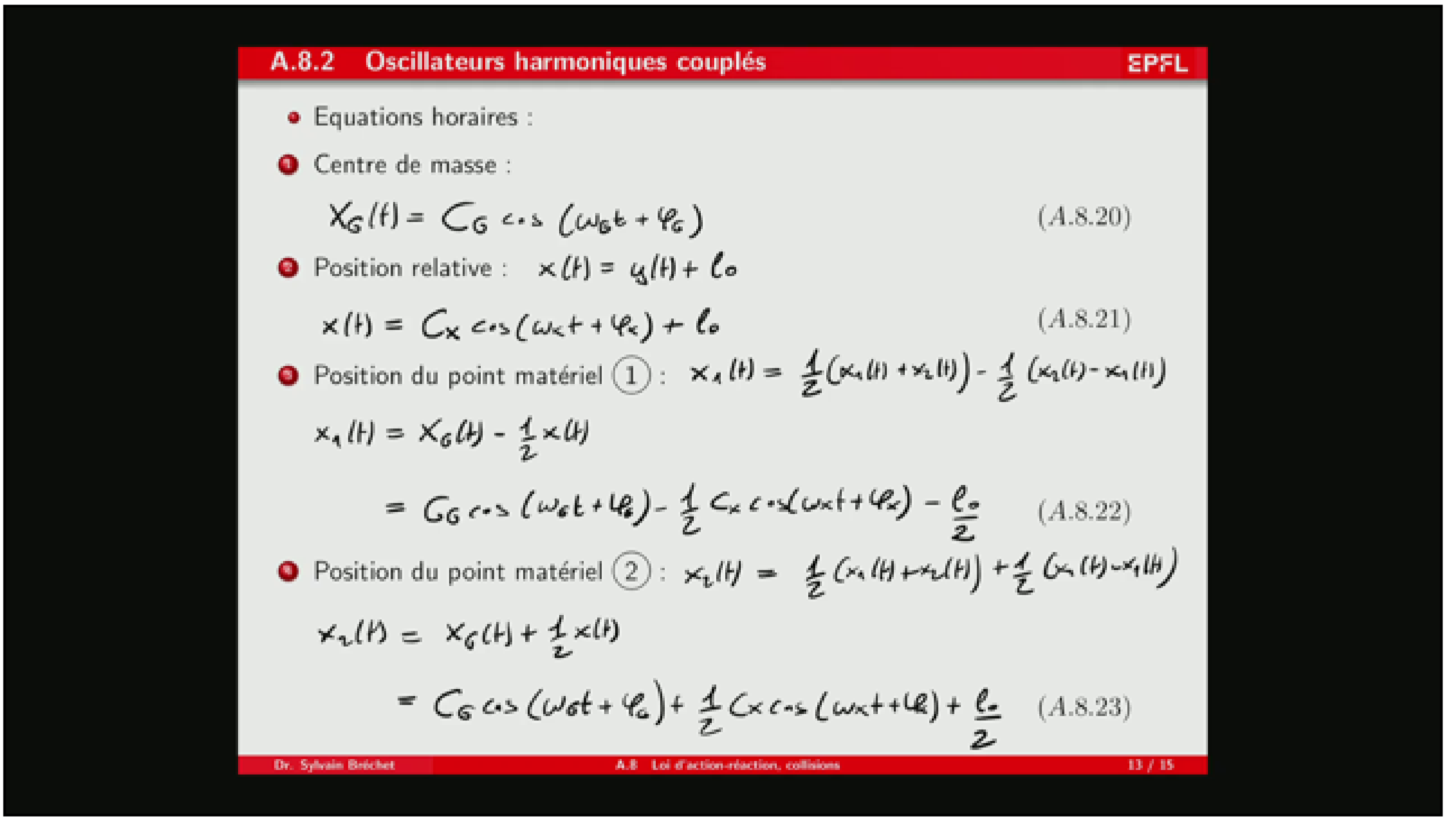


C'est un mouvement harmonicociatoire de pulsation omégagée. Ce qui veut dire que le centre de masse comme fonction du temps, c'est une certaine amplitude qu'on va appeler CG, fois le cosineus de omégagée thé plus Fij. D'accord ? La position relative, X2T, c'est la déformation relative Y2T plus la longueur avide, la longueur d'équilibre, qui est L0. Donc maintenant, X2T, ça va être Y2T, qui est le résultat d'un mouvement harmonicociatoire de pulsation omégagée d'amplitude quelconque Cx, qui multipliera donc le cosineus, de omégagée thé plus un angle de défaisage Fij. Il faudra rajouter évidemment L0. Alors maintenant, si on veut trouver l'équation horaire du premier point matériel, X1 2T, eh bien on va écrire X1 2T de manière un peu tautologique, mais ça va être efficace. C'est une demi de X1 2T plus X2 2T, dont on retranche, une demi de X2 2T moins X1 2T. Alors pourquoi je l'écris comme ça ? Parce que ça, c'est par définition la position du centre de masse. Donc X1 2T, c'est XG 2T, moins une demi, et entre parenthèses, on retrouve ici X2 2T, donc c'est XG 2T moins une demi de X2 2T. D'accord ? C'est donc concrètement, on va l'écrire une seule fois, c'est Cg foal cosineus de omégagée thé plus Fij, moins une demi de Cx foal cosineus de omégagée thé plus Fij, moins L0 sur 2. Ok ? Maintenant, X2 2T, c'est une demi de X1 2T plus X2 2T plus une demi de X2 2T moins X1 2T. X2 2T sera donc XG 2T plus une demi de X2 2T. Donc c'est Cg qui multiplie le cosineus de omégagée thé plus Fij, plus une demi de Cx qui multiplie le cosineus de omégagée thé plus Fij, plus L0 sur 2. Rappelez-vous le cours d'Asphand passé. Lorsqu'on a un régime transitoire, on avait une somme de deux solutions sinusoidales. Qu'est-ce qu'on a vu apparaître des battements ?

notes

résumé

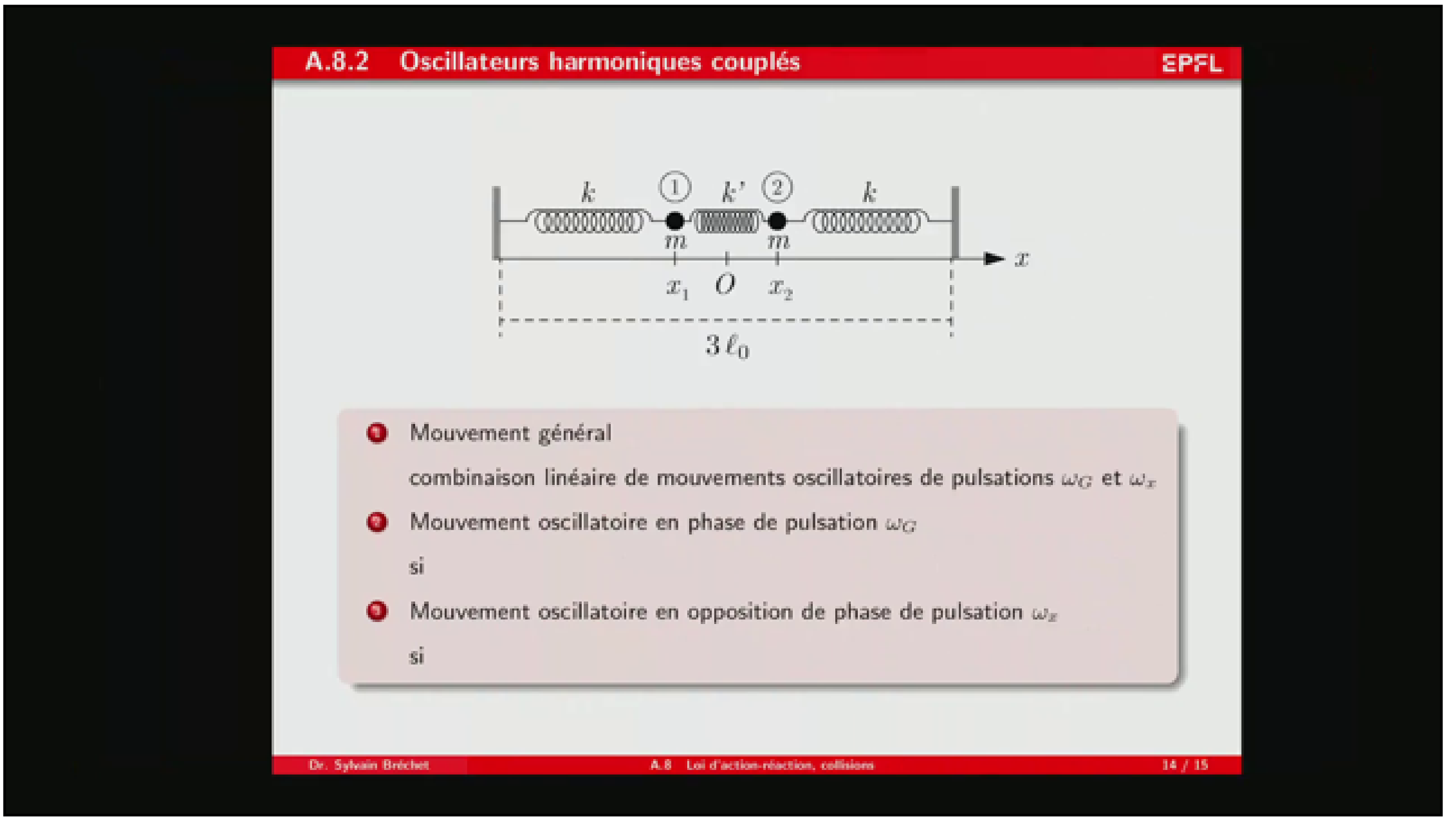
33m 50s



D'accord ? C'est ce qu'on va observer ici, qu'on a déjà vu dans cette solution bizarre, qui est une combinaison linéaire de nos deux solutions particulières, qu'on pourrait traiter de manière beaucoup plus belle en utilisant la théorie des séries de fourriers. Vous l'avez pas encore vu ? Ça, c'est le cours d'analyse 4. En revanche, on peut déjà avoir une première approche. On va prendre ici nos deux pendules,

notes

résumé

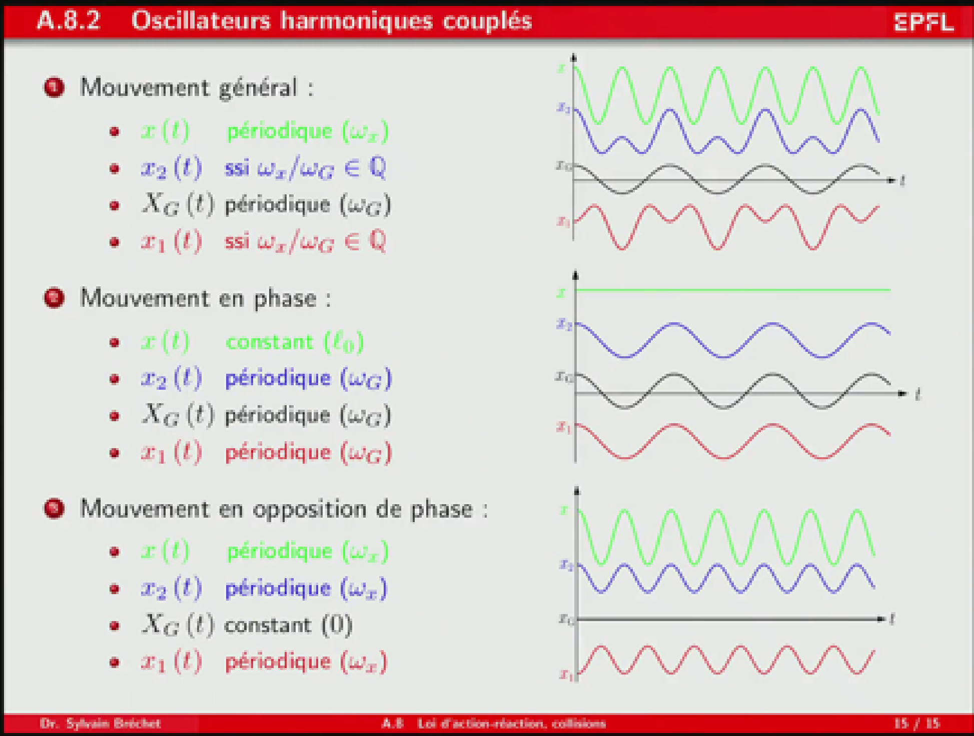


on va écarter de leur position d'équilibre, ils sont reliés par un petit ressort, et on va décrire quelque chose de similaire au problème des deux points matériels liés à trois ressorts. Regardez bien, on les écarte, on les fait osciller, là ils oscillent en phase. Donc là, dans notre solution générale, le terme qui est ici disparaît. Il n'y a pas de déformation relative. On peut faire exactement le contraire. On peut les prendre. Et maintenant, ça rangeait pour que le centre de masse soit fixe. Il y a un défasage complet de 180°. Et donc dans cette situation, c'est ces deux premiers termes liés au mouvement du centre de masse qui disparaissent. Et puis évidemment, on peut faire quelque chose d'encore plus intéressant. Ce qu'on va faire maintenant, c'est-à-dire qu'on va prendre un état initial un peu quelconque, celui-ci par exemple, et on les lâche. Alors attendez, non je devrais le faire comme ça, attendez voir. Si je fais quelque chose comme ça et que je les lâche, vous allez voir apparaître des battements avec une fréquence de sciation rapide et une fréquence de sciation lente, due à la superposition des deux types de solutions harmoniques oscillatoires. C'est très joli à regarder. D'accord ? Ça c'est le cas général. Le cas général où tous les termes interviennent. D'accord ? Alors, pour la terminologie maintenant, pour terminer,

notes

résumé

37m 25s

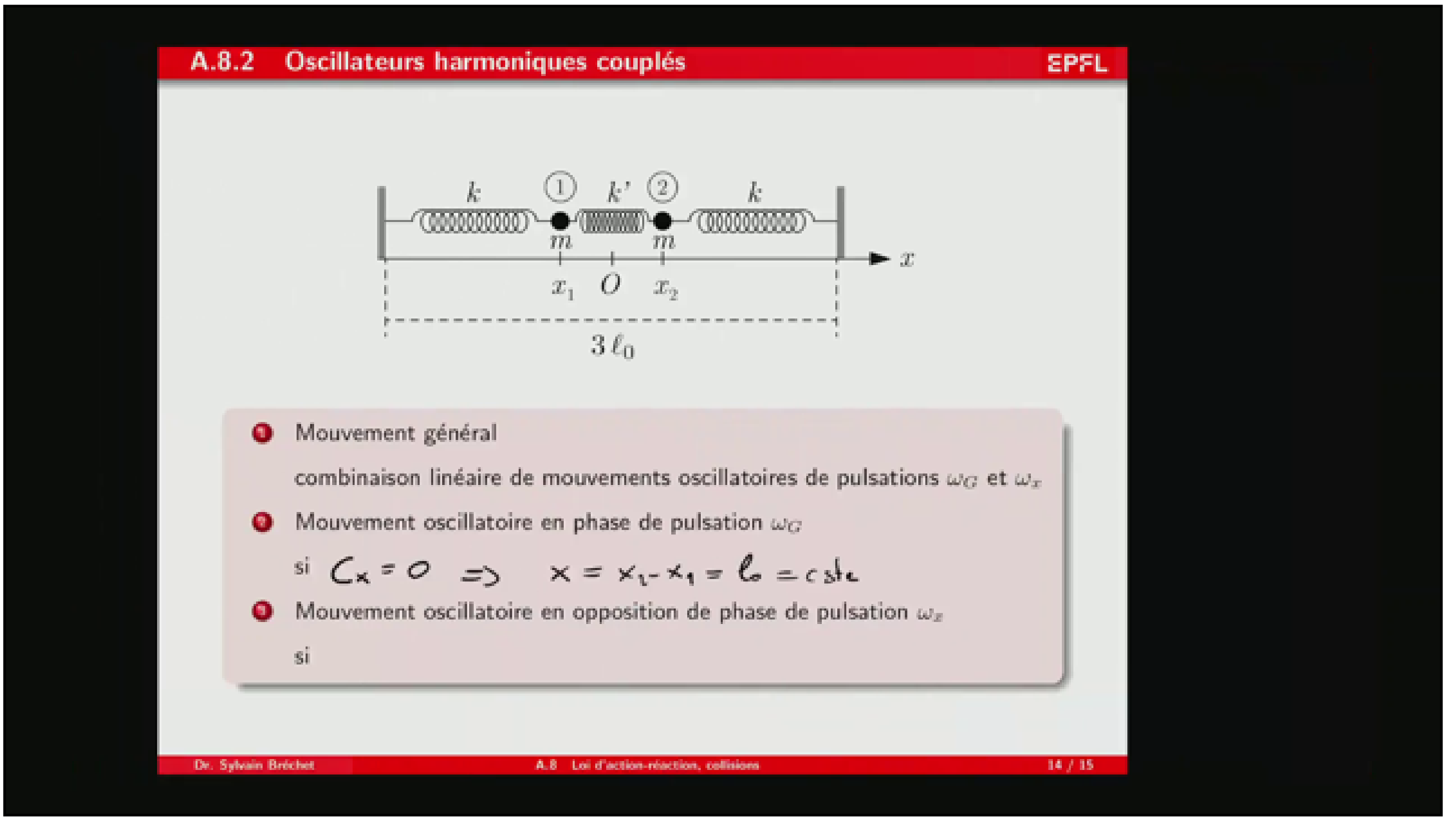


si on a un centre de masse qui se déplace mais qui n'a pas de déformation du ressort central, alors l'amplitude liée à cette déformation du ressort central, Cx, est égale à zéro. Donc on a un mouvement en phase de nos deux points matériels. D'accord ? C'est harmonieux, c'est le mode d'y acoustique. D'accord ? Dans ce cas-là, la distance qui sépare les deux points matériels, la position relative X2-X1, c'est tout simplement la longueur au repos L0 qui est une constante.

notes

résumé

39m 19s

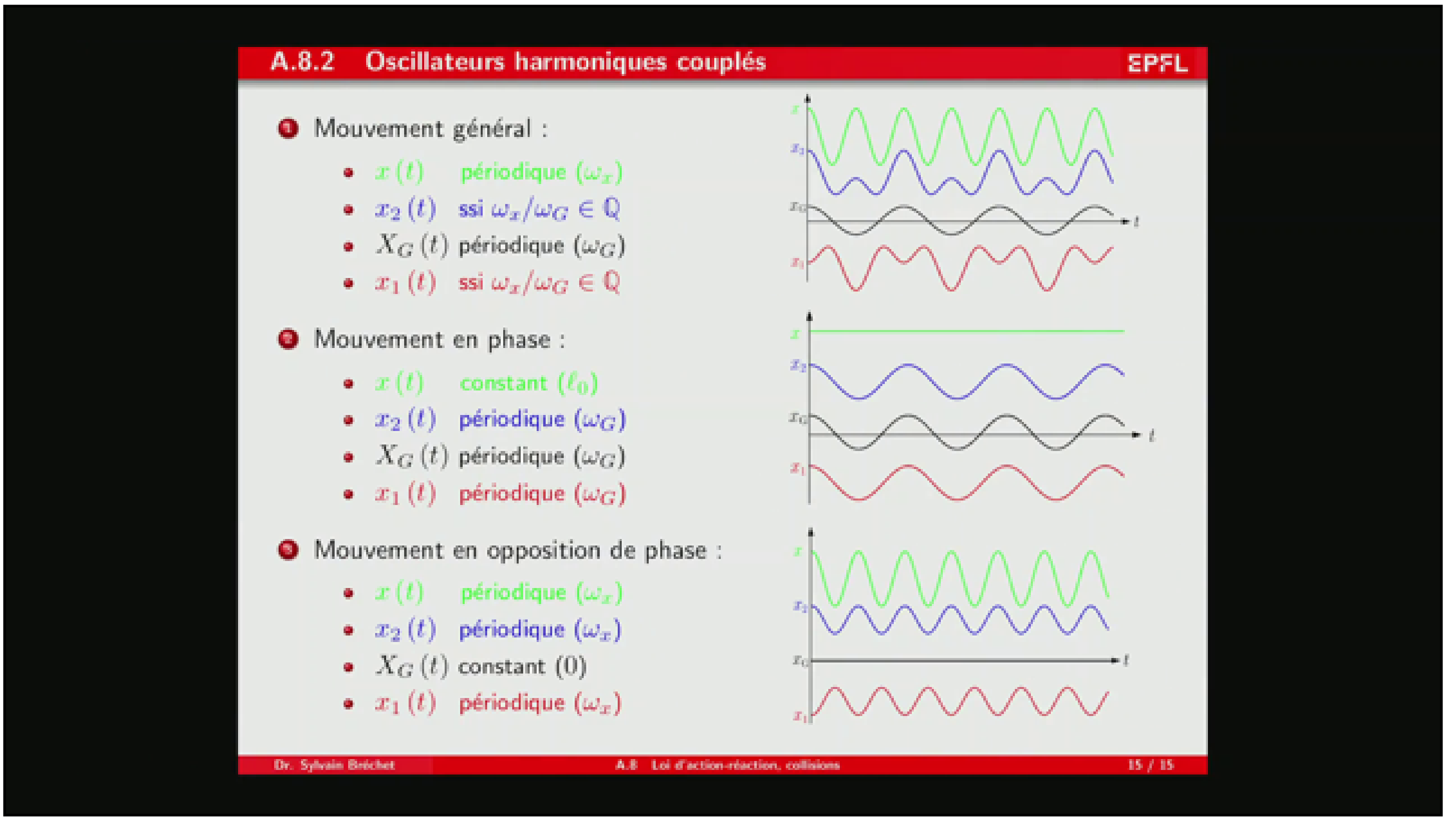


Donc la solution qu'on trouve, c'est celle-ci qu'on a décrite ensemble. D'accord ? Là vous avez la position relative, la déformation relative est ici. D'accord ? Vous avez le mouvement du centre de masse qui est complètement coordonné avec le mouvement des deux points matériels.

notes

résumé

40m 10s

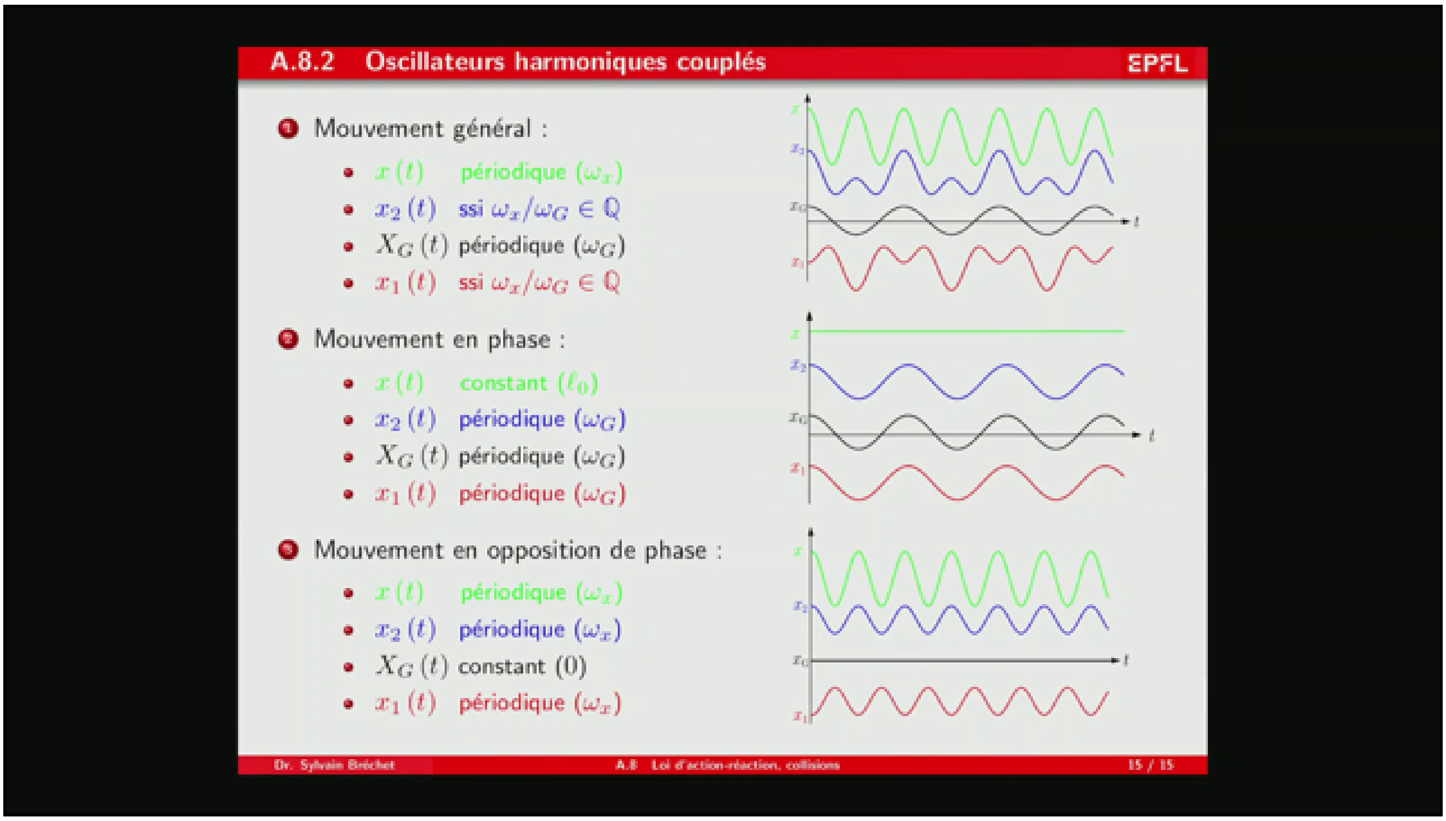


Bon, et puis à l'autre cas de figure, où le centre de masse est au centre, il ne bouge pas, mais il y a un mouvement qui se fait en miroir des deux points matériels, c'est le mode d'y optique. D'accord ? Lorsque Cg est nul. Si Cg est nul, la position du centre de masse est nul, et donc forcément que X2 est égal à moins X1, ce sont les images miroires l'un de l'autre, par rapport à l'origine prise au centre. Dans ce cas-là, ce qu'on observe, c'est ce qu'on voit sur le dessin du bas. D'accord ? Donc on a le graphe de l'équation horaire du premier point matériel, qui est l'image miroir du deuxième point matériel par rapport à l'axe du zéro, qui correspond à la position du centre de masse. D'accord ? Et puis on a ici la position relative qui est donnée en vert, la déformation relative serait la même courbe transplatée telle qu'elle est centrée sur l'axe du temps. D'accord ? Et puis il y a le cas complètement général, où tout se combine, c'est le cas que vous voyez ici. D'accord ? Et c'est ce que vous avez aperçu sur l'application que je vous ai montrée sur Unity tout à l'heure. Voilà, on a fait le tour de la question. N'hésitez pas à réutiliser ces apps pour jouer avec les paramètres et bien comprendre la physique qui est derrière. D'accord ? Le but de ces applications, c'est de pouvoir visualiser la physique. Ce que j'aimerais pouvoir faire dans les années qui viennent, c'est avoir de plus en plus d'expériences de physique qui sont écrites sous la forme d'app, qui viennent compléter des expériences de cours. Et là où je pense que l'EPFL pourrait avoir un rôle visionnaire dans le futur, je vous parle du futur, d'accord ? Ça serait de créer des apps en réalité augmentés où vous auriez des vecteurs qui

notes

résumé

40m 25s



s'affichent sur des lunettes qui permettraient de regarder une expérience de cours et de comprendre la physique qui se cache derrière. On a le droit de rêver. Ça viendra peut-être un jour.

notes

résumé